

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 7, 16.11.2016

1. Kertamaksuisessa vakuutuksessa vakuutettu saa hetkellä  $n$  korvauksen  $S$ , jos on tällöin elossa. Lisäksi vakuutetulle hyvitetään vastuuvelan korkotuotto siten, että yhtiö maksaa elossaolevalle vakuutetulle jatkuvaa eläkettä intensiteetillä  $\delta(t)V(t)$  hetkellä  $t \in (0, n)$ , missä  $\delta(t)$  ja  $V(t)$  ovat korkoutuvuus ja vastuovelka hetkellä  $t$ . Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun kuolevuus  $\mu$  ja  $\delta$  ovat jatkuvia funktioita ja vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä 0.

2. Yhdistelmävakuutuksessa maksetaan hetkellä  $n$  summa  $Q$ , mikäli vakuutettu on tällöin elossa. Jos vakuutettu kuolee hetkellä  $t \in [0, n]$ , maksetaan kuolintapauskorvauksena summa  $S(t)$ , missä  $S$  on eräs jatkuva funktio välillä  $[0, n]$ . Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvana koko vakuutuskauden ajan ekvivalenssiperiaatteen mukaisella vakiointensiteetillä  $\bar{P}$ . Okoon kuolevuus  $\mu$  jatkuva funktio ja korkoutuvuus  $\delta$  positiivinen vakio. Sopimus tehdään hetkellä 0, jolloin vakuutettu on  $x$ -ikäinen.

Olkoon  $Q$  annettu ja  $V(t)$  elossaolevan vakuutetun vastuovelka hetkellä  $t \in (0, n)$ . Määrää funktio  $S$  ja intensiteetti  $\bar{P}$  siten, että riskisumma  $S(t) - V(t)$  on nolla kaikilla  $t \in (0, n)$ .

3. Kuolemanvaravakuutuksessa korvaussumma on  $S = 100$  ja vakuutuskauden pituus  $2n = 20$ . Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja maksaa vakuutuksen kertamaksuna. Hetkellä  $n$  vakuutettu muuttaa sopimusta siten, että yhtiö maksaa määrän  $S/2$  kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $2n$  ja summan  $S/2$  hetkellä  $2n$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutusmaksu maksetaan hetkestä  $n$  lähtien jatkuvana vakioosuuisena koko vakuutuskauden ajan. Olkoot korkoutuvuus  $\delta = 0.04$  ja kuolevuus  $\mu = 0.01$  vakioita. Määrää muutoksen jälkeinen maksuintensiteetti.

4. Tarkastellaan yleistä vakuutus sopimusta, johon sisältyy erinäisiä vakuutetun elinaikaan sidottuja korvauksia vakuutuskaudella  $[0, n]$  (määräaikaisia eläkkeitä, elämänvarakorvauksia, kuolintapauskorvaus). Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Oletetaan, että vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko kauden ajan ekvivalenssiperiaatteen mukaisella intensiteetillä, kuitenkin vain siihen saakka, kun vakuutettu on elossa. Vakuutusmaksun perimisestä syntyy vakuutusyhtiölle liikekuluja intensiteetillä  $\kappa \bar{B}$  hetkellä  $t \in (0, n)$ , missä  $\kappa \geq 0$  on vakio ja  $\bar{B}$  vakuutuksen bruttomaksuintensiteetti. Osoita, että bruttovastuovelka hetkellä  $t \in (0, n)$  on sama kuin nettovastuuelka (vastaten tilannetta, jossa  $\kappa = 0$ ).

5. Elämänvaravakuutuksessa korvataan hetkellä  $n$  summa  $S$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoot kuolevuus  $\mu$  ja korkoutuvuus  $\delta$  jatkuvia funktioita. Yhtiö sisällyttää vakuutusmaksuun kuormituserän sijoitustoiminnan hoitamisesta aiheutuvia kuluja varten. Näitä oletetaan syntyvän intensiteetillä  $\gamma V(t)$  hetkellä  $t \geq 0$ , missä  $\gamma > 0$  on vakio ja  $V(t)$  on vastuuelka hetkellä  $t$ . Osoita, että vakuutuksen bruttokertamaksu on  $S e^{-\int_0^n (\mu(x+t) + \delta(t) - \gamma) dt}$ .