

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 4, 19.10.2016

Huom. Ti 11.10. ei ole luentoa, ke 12.10 ei ole harjoituksia.

1. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ positiivisia vakioita. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja vakuutuskausi n vuotta. Tarkastellaan seuraavaanlaista vakuutusopimusta. Vakuutettu maksaa kertamaksun P sopimuksen tekohetkellä. Jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n , maksetaan korvaus S kuolinhetkellä. Muussa tapauksessa suoritettu vakuutusmaksu P palautetaan hetkellä n . Määrää annettua korvaussummaa S vastaava ekvivalenssiperiaatteen mukainen P .

2. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ vakioita. Määrää n vuodeksi otetun elämänvaravakuutuksen nettokertamaksu, kun (mahdollinen) korvaus vuoden n lopussa on S .

Talletetaan edellä johdettua nettokertamaksua vastaava rahamäärä tilille n vuodeksi. Määrää sellainen korkoutuvuus δ' , että tilin saldo hetkellä n on S .

3. Kolmen hengen vakuutuksessa vakuutetut ovat sopimuksen tekohetkellä x -, x_1 - ja x_2 -ikäisiä. Vakuutetuille maksetaan yhteensä jatkuvaa eläkettä seuraavasti. Jos elossa on 0, 1 tai 3 vakuutettua, ei makseta mitään. Jos elossa ovat x - ja x_1 -ikäinen tai x - ja x_2 -ikäinen, maksetaan eläkettä intensiteetillä e_1 , ja jos elossa ovat x_1 - ja x_2 -ikäinen, maksetaan eläkettä intensiteetillä e_2 .

Vakuutettujen elinajat ovat riippumattomia, x -ikäisen kuolevuus on μ , x_1 -ikäisen μ_1 ja x_2 -ikäisen μ_2 (μ, μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita). Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun korkoutuvuus on positiivinen vakio δ .

4. Olkoon N henkilön elämänvaravakuutus voimassa n vuotta. Korvauksena maksetaan summa S_j , jos ainoastaan henkilö j on elossa vakuutuksen päättyessä, $j = 1, \dots, N$. Muuten ei makseta mitään. Osoita, että vakuutuksen nettokertamaksu on

$$\sum_{k=1}^N \sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq N} (-1)^{k+1} (S_{j_1} + \dots + S_{j_k}) A_{x_{j_1} \dots x_{j_k} : \bar{m}}(V).$$

5. Vakuutetun elinaika T mallinnetaan kilpailevien kuolinsyiden teorian mukaisesti miniminä $T = \min(T_1, \dots, T_N)$, missä T_j on syyhyn j liittyvä jäljellä oleva elinaika. Syittäiset elinajat oletetaan toisistaan riippumattomiksi ja elinaikaan T_j liittyvä kuolevuus on μ_j , $j = 1, \dots, N$. Yhtiö korvaa vakuutetun omaisille summan S_j kuolinhetkellä, jos kuolinsyö on j ja $T_j \leq n$, $j = 1, \dots, N$. Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun korkoutuvuus δ ja kuolevuudet μ_1, \dots, μ_N ovat jatkuvia funktioita ja vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä.