

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 3, 5.10.2016

1. Olkoon kuolevuus $\mu(x) = x^2$ kaikilla $x \geq 0$ ja olkoon $0 < t < u$. Määää todennäköisyys, että vastasyntynyt kuolee ikävälillä (t, u) .

2. Olkoon kuolevuus μ ja x -ikäisen jäljellä oleva elinaika $T(x)$. Olkoon

$$\tau(x) = \lfloor T(x) \rfloor$$

$T(x)$:n kokonaisosa. Osoita, että

$$\mathbb{E}(\tau(n)) = p_n \mathbb{E}(\tau(n+1)) + p_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Osoita, että jos $\mathbb{E}(\tau(n))$ on äärellinen n :stä riippumaton vakio, niin $\tau(0)$ on geometrisesti jakautunut.

3. Määää Makeham-kuolevuuteen liittyvä elinajan kertymäfunktio sekä elossapysymistodennäköisyydet ${}_t p_x$ ($t > 0, x > 0$). Osoita, että mallissa y -ikäisen jäljellä olevaan elinaikaan liittyvä kuolevuus on myös eräs Makeham-kuolevuus ($y > 0$).

4. Olkoon kuolevuus μ kasvava iän funktio. Osoita, että $\mathbb{E}(T(x))$ on vähenevä x :n funktio.

5. Olkoon henkilön 1 kuolevuus μ ja henkilön 2 kuolevuus $c\mu$, missä μ on jatkuva ja c positiivinen vakio. Määää todennäköisyys sille, että henkilö 1 kuolee ennen henkilöä 2. Molemmat henkilöt oletetaan vastasyntyneiksi ja elinajat toisistaan riippumattomiksi.