INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Gränsvärden 2016
Uppgifter 7 A
18.10.2016

Detta är de sista uppgifterna på kursen *Gränsvärden.* På kursen *Differentialkalkyl* under 2. perioden kommer vi att fortsätta studiet av gränsvärdet för funktioner och dess tillämpningar. Saker som ännu känns svåra får då flera tillfällen att bli klarare. Vi lär oss dessutom vilken nytta man har av våra exakta definitioner.

Uppgifter för början av veckan: A1, A2, A3, A4 och A5. Uppgifterna A1–A4 är versioner av ett tidigare kursprov. Uppgift A5 övar definitionen av gränsvärdet för en funktion.

A1 Bestäm

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2}{2n^2+3}$$

med hjälp av kursens kunskaper. I uppgiften får man använda kunskap om gränsvärdet för konstanta talföljder och följden $(\frac{1}{n})$, samt satser som berör gränsvärden för talföljder. Motivera ditt svar noggrant!

A2 Visa på basen av definitionen för att en talföljd går mot $+\infty$ att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2}{3n+1} = \infty.$$

A3 Visa på basen av definitionen av gränsvärdet för en funktion att

$$\lim_{x\to 2} \frac{x+2}{x+3} = \frac{4}{5}.$$

A4 Man betraktar talföljden (x_n), där $x_1 = 2$ och för alla $n = 1, 2, \ldots$ gäller att

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(\sqrt{x_n} + 1).$$

(a) Visa att följden är avtagande och att 1 är en undre gräns till talen. (Det lönar sig att notera att $\sqrt{a} < a$ då $1 < a$.)

(b) Visa att följden konvergerar och bestäm dess gränsvärde.

A5 Visa på basen av definitionerna av gränsvärdet och kontinuitet att den funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ som definieras av ekvationen

$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$

är kontinuerlig i punkten $x = 1$. (Kom ihåg att kontinuitet betyder att funktionens värde i punkten är samma som motsvarande gränsvärde.)

Uppgifter för slutet av veckan. Denna gång finns det inga uppgifter för slutet av veckan.