

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Gränsvärden 2016

Uppgifter 1 A

Den första veckan finns det endast uppgifter för slutet av veckan, där avsikten är att fundera på uppgifterna tillsammans med handledaren i handledningsövningarna (den svenskspråkiga gruppen fre 12-14 rum C129). Vid behov kan man även fråga föreläsaren.

Hemuppgifterna A1, . . . , A5 för övningen i början av nästa vecka fortsätter med dessa teman.

Vi undersöker de reella talen och deras egenskaper. Vi är speciellt intresserade av olikheter, eftersom deras roll på universitetsnivå är mycket olika jämfört med skolenivån. I följande olikheter är det **inte** fråga om att lösa olikheterna, utan att lämpligen uppskatta!

Uppgifterna L1 - L5 för slutet av veckan

L1 Vi uppskattar storleken av bråkuttrycket

$$\frac{3n + 1}{n + 3}$$

med hjälp av de egenskaper för olikheter som presenteras på föreläsningarna. (Se även vid behov den finskspråkiga kurssidans moodle-sidor.) I ovanstående uttryck är n ett positivt heltal. Uppgiften består av att söka positiva heltal a, b, c och d , så att det gäller för alla positiva heltal n att

$$\frac{a}{b} \leq \frac{3n + 1}{n + 3} \leq \frac{c}{d}.$$

Kom ihåg att ett sådant bråkuttryck kan förminska exempelvis genom att förminska täljaren eller förstora nämnaren, samt förstoras genom att förstora täljaren eller förminska nämnaren.

L2 Sök ett sådant positivt reellt tal K att för varje reella tal x gäller: om $1 < x < 2$, så är $x^2 - 1 < K(x - 1)$.

L3 Vi fortsätter att undersöka uttrycket x^2 litet till höger om punkten $x = 1$, och tillämpar resultatet från föregående uppgift.

(a) Sök ett sådant positivt reellt tal δ att för varje reellt tal x gäller: om $1 < x < 1 + \delta$, så är $x^2 - 1 < 7^{-777}$.

(b) Sök ett sådant positivt reellt tal δ att för varje reellt tal x gäller: om $1 < x < 1 + \delta$, så är $x^2 < 1 + 7^{-777}$.

L4 Det *inversa talet* till det reella talet a är ett sådant reellt tal b , för vilket det gäller att $ab = 1$. Förklara varför talet 0 saknar invers tal, dvs. varför det inte är tillåtet att dividera med nollan.

L5 Vad är de reella talen

(a) på basen av det du har lärt dig i skolan (eller på basen av skolböckerna), samt

(b) "egentligen"?