

**INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK**  
**Differentialkalkyl 2016**  
**Uppgifter 7 A**  
**Veckan 12.12-14.12.2016**

Denna gång finns endast uppgifter för början av veckan, som är hemuppgifter. (På detta sätt finns det lika många övningar med hemuppgifter som uppgifter för gemensam genomgång.)

Uppgifterna A1–A4 påminner om ett möjligt kursprov. I uppgifterna A5 och A6 övar vi saker från slutet av kursen. Påminnelse: kursprovsgenomgång under sista föreläsningen onsdag 14.12.

**Hemuppgifter A1–A6 för början av veckan.**

**A1** Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 1}{6x + 1}.$$

Motivera ditt svar med hjälp av kursens kunskaper! (Du får använda faktan om gränsvärdet för konstanta funktioner och för funktionen  $f(x) = x$ .)

**A2** Definiera  $f(0) = 0$  och

$$f(x) = x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

då  $x \neq 0$ . Visa att funktionen  $f$  är deriverbar i punkten  $x = 0$ .

**A3** Anta att funktionen  $f$  är kontinuerlig på intervaller  $]1, 2[$ . Anta dessutom att  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$  och  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$ . Visa att det finns en punkt  $a \in ]1, 2[$  för vilken gäller att  $f(a) = 7$ .

**A4** Definiera funktionen  $\sinh$  med ekvationen

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

Visa att för alla  $x \geq 0$  gäller att

$$\sinh x - \sin x \geq 0.$$

**A5** (Uppgift 6.2.12 i [HKK]) Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

**A6** (Uppgift 6.5.13 i [HKK]) Bestäm gränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}.$$

(Bekanta dig vid behov med de relevanta delarna av kapitel 6.5.)