

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Differentiaalilaskenta 2016

Tehtävät 7 A

12.12. alkavalle viikolle

Tällä kertaa harjoituksissa on vain alkuviikon tehtävät, jotka käsitellään kotitehtävinä. Näin päästään siihen, että kurssilla on yhtä monet kotitehtävät ja paikan päällä laskettavat tehtävät.

Tehtävät A1 - A4 muistuttavat mahdollista koetta. Tehtävissä A5 ja A6 harjoitellaan kurssin loppupään asioita.

Muista koekertausluentoa torstaina 15.12. Se alkaa klo 10:30 yhden kokouksen takia. Pidän kertausluennon ilman taukoa.

Alkuviikon tehtävät A1, A2; A3, A4, A5 ja A6

A1 Selvitä

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 1}{6x + 1}.$$

Perustele väitteesi kurssin tietojen avulla! (Saat käyttää tietoja vakiofunktion ja funktion $f(x) = x$ raja-arvoista.)

A2 Määritellään, että $f(0) = 0$ ja

$$f(x) = x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

kun $x \neq 0$. Osoita, että funktio f on derivoituva kohdassa $x = 0$.

A3 Oletetaan, että funktio f on jatkuva välillä $]1, 2[$. Oletetaan lisäksi, että $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ ja $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$. Osoita, että on olemassa $a \in]1, 2[$, jolle pätee $f(a) = 7$.

A4 Määritellään funktio \sinh yhtälöllä

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}).$$

Osoita, että kaikilla $x \geq 0$ pätee

$$\sinh x - \sin x \geq 0.$$

A5 Kirjan tehtävä 6.2.12.

A6 Kirjan tehtävä 6.5.13. (Tutustu tarvittaviin kohtiin luvussa 6.5.)