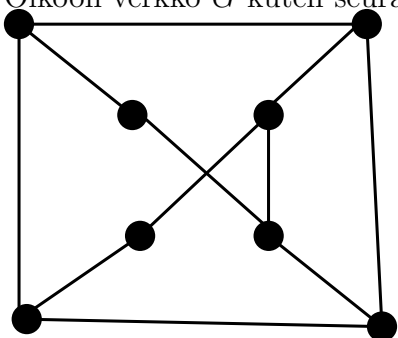
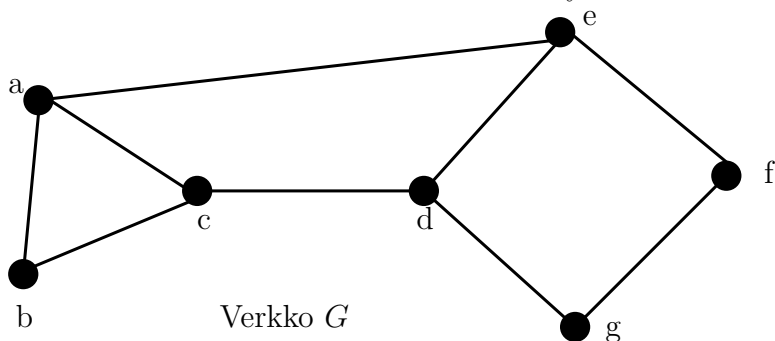


1. Olkoot  $T$  ja  $T'$  (epätyhjät) puut, joilla ei ole yhteisiä viivoja (mutta yhteisiä pisteitä saattaa olla). Näytä, että yhdiste  $T \vee T'$  on puu jos ja vain jos puilla  $T$  ja  $T'$  on täsmälleen yksi yhteinen piste.
2. Olkoon  $G$  (epätyhjä) yhtenäinen verkko, jolle pätee  $v_G = p_G$ . Osoita, että  $G$ :llä on tasan yksi rengas. Kuinka monta renkaista verkolla  $G$  on?
3. Olkoon verkko  $G$  kuten seuraavassa kuvassa:

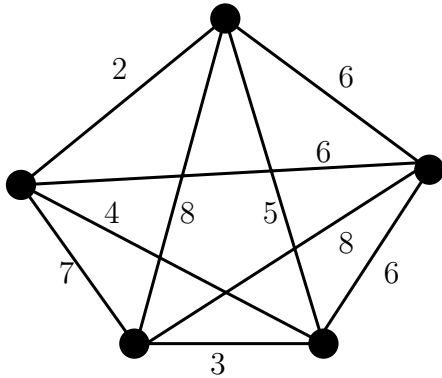


- a) Määritä jokin  $G$ :n virittävä puu  $T$  jollakin kurssimateriaalissa esitetyllä menetelmällä. Selosta selkeästi menetelmän käytön välivaiheet.
  - b) Laske verkon perusringaat a)-kohdassa löydetyn puun  $T$  suhteen.
4. Olkoon verkko  $G$  kuten edellisessä tehtävässä.
    - a) Määritä verkon  $G$  kaikki renkaistot. Kuinka monta niitä on?
    - b) Kuinka monta rengasta verkolla  $G$  on?
  5. Tarkastellaan seuraavassa kuvassa esitettyä verkkoa  $G$ .



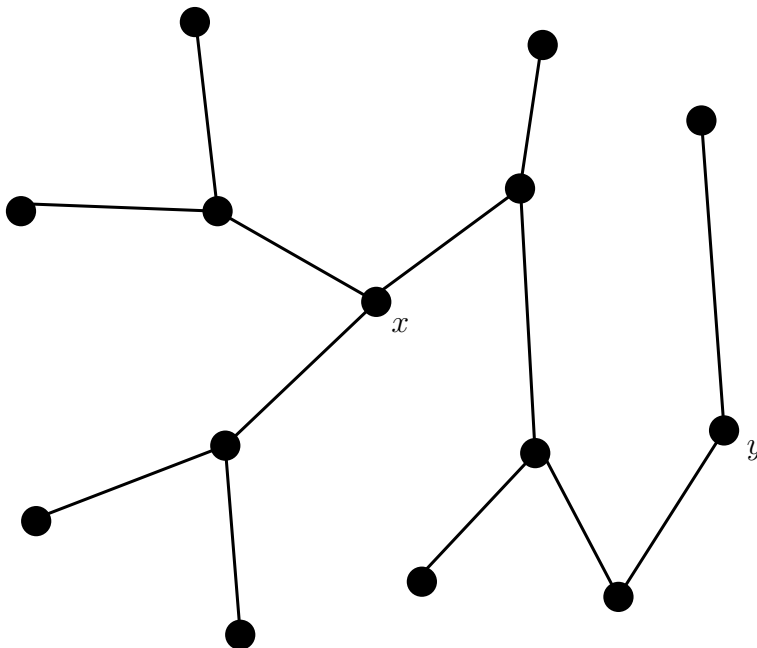
- a) Keksi verkolle  $G$  sellainen yksisuuntaistus  $\vec{G}$ , jonka ainoa juuri on  $a$ .
- b) Onko verkolla  $G$  sellaista yksisuuntaistusta, jonka juurten joukko on täsmälleen  $\{a, b\}$ ?
- c) Onko verkolla  $G$  sellaista yksisuuntaistusta, jonka juurten joukko on täsmälleen  $\{a, b, c\}$ ?

6. Olkoon  $\vec{T}$  suunnattu puu ja olkoon  $a$  sen juuri. Olkoon  $J$  pistejoukon  $P_{\vec{T}} \setminus \{a\}$  virittämä  $\vec{T}$ :n alisuhteikko. Olkoon  $S$  jokin suhteikon  $J$  yhtenäinen komponentti. Osoita, että  $S$  on suunnattu puu, jonka juuri on eräs solmun  $a$  seuraaja suhteikossa  $\vec{T}$ .
7. Kuvassa alla on esitetty eräs *painotettu* verkko  $G$ .



Verkon jokaisen viivan paino on merkitty kuvassa viivan viereen. Määritä painotetun verkon  $G$  *minimaalinen* virittävä puu  
a) ahneella algoritmilla, b) jollakin toisella (materiaalissa esitetyllä) menetelmällä.

8. Olkoon puu  $T$  kuten seuraavassa tehtävässä:



Puu  $T$

Määritä puulle  $T$  yksisuuntaisuudet  $\vec{T}_1, \vec{T}_2$  siten, että suunnatun puun  $\vec{T}_1$  juuri on  $x$  ja suunnatun puun  $\vec{T}_2$  juuri on  $y$ . Piirrä molemmat suunnatut puut niin, että puun juuri on kaavion ylimmäinen piste ja saman tason pisteet ovat samalla korkeudella. (kts. Esimerkki 3 sivulla 4, ”Verkon yksisuuntaistukset”-materiaali). Ilmoita kummankin puun haaraisuus.

9. Yksi kahdestatoista kolikosta on väärä ja eroaa muista painoltaan (kevyempi tai painavampi). Montako punnitusta tasavarsivaa'alla tarvitaan väärän kolikon löytämiseksi ja sen laadun selvittämiseksi?