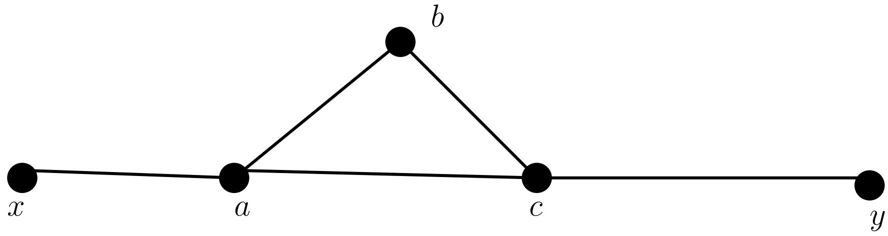
Verkot, syksy 2015
Matematiikan- ja tilastotieteen laitos
Laskuharjoitus 6.
Palautetaan viimeistään 02.12.2015.

1. Verkkoa sanotaan 2-säännölliseksi, jos jokaisen sen pisteen aste on kaksi.
   a) Olkoon G yhtenäinen 2-säännöllinen verkko. Osoita, että G:n viivajoukko V_G on rengas.
   b) Anna esimerkki epäyhtenäisestä 2-säännöllisestä verkosta. Voiko tällaiselle verkolle päteä a)-kohdan väite?

2. Osoita, että neljän pisteen täydellisellä verkolla K_4 ei ole erillisiä renkaita. (Ohje: olkoot W_1 ja W_2 verkon renkaat. Osoita ensin, että niiden virittämilla aliverkoilla on yhteinen piste).

3. Olkoon G kuvassa 2 esitetty verkko.



Kuva 2

   Olkoot $\bar{x} = (x, a, b, c, a, c, y)$ ja $\bar{y} = (x, a, c, y)$. Tällöin $\bar{x}$ ja $\bar{y}$ ovat kumpikin kulkuja pisteestä x pisteeseen y. Osoita, että $V(\bar{x}) \vartriangle V(\bar{y})$ ei ole renkaisto. Miksi tämä tulos ei ole ristiriidassa Lemman III 2.6 väitteen kanssa?

4. Dominopalikan kummassakin päässä on $0 - 6$ pistettä. Todista, että kaikki dominopalikat (yksi kutakin tyyppiä) voidaan sovittaa yhteen umpinaiseksi renkaaksi, jossa palikoiden toisiaan koskettavissa päissä on sama pisteluku.

   Onko tämä mahdollista, jos palikoissa käytetään ainoastaan pisteitä $0 - 5$?

5. a) Olkoon T puu, jonka pisteet ovat korkeintaan 4-asteisia. Laske puun lehtien lukumäärä, kun tiedetään, että 2-asteisia pisteitä on 6, 3-asteisia kolme ja 4-asteisia yksi.
   b) Onko olemassa puuta, jonka kaikki pisteet ovat korkeintaan 3-asteisia, jolla on tasan 7 lehtiä ja tasan kolme 3-asteista pistettä?

6. Olkoon T puu, jossa on 10 pistettä ja jokaisen pisteen aste on pariton. Osoita, että T:llä on vähintään kuusi lehteä.

7. Luokittele isomorfiaa vaille kaikki sellaiset puut, joissa on kuusi solmua, joista tasan neljä ovat lehtiä. Luentomonisteessa ”Puut” osoitettuja klassifikatiotuloksia pienille puille (Esimerkki 8) saa käyttää.

8. Luokittele isomorfiaa vaille kaikki sellaiset puut, joissa on seitsemän solmua, joista tasan neljä ovat lehtiä. Luentomonisteessa ”Puut” osoitettuja klassifikatiotuloksia pienille puille (Esimerkki 8) saa käyttää.

9. Olkoon $G = K_4$ täydellinen neljän pisteen verkko ja olkoon $W \subset V_G$ sen viivojen joukko, jossa on tasan 3 alkiota. Osoita, että joko W on G:n rengas tai W on G:n virittävän puun viivojen joukko. (Ohje: Osoita ensin, että viivajoukon W virittämässä aliverkossa on kolme tai neljä pistettä. Tarkastele kolmen tai neljän pisteen tapauksia erikseen).

Laskuharjotustehtävistä on palautettava vähintään 50%.

Lisäpisteitä harjoitustehtävistä: 60% - 3 p., 70% - 4 p., 80% - 5 p., 90% - 6 p.