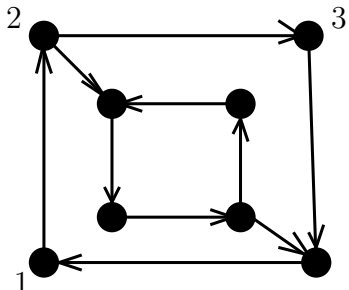
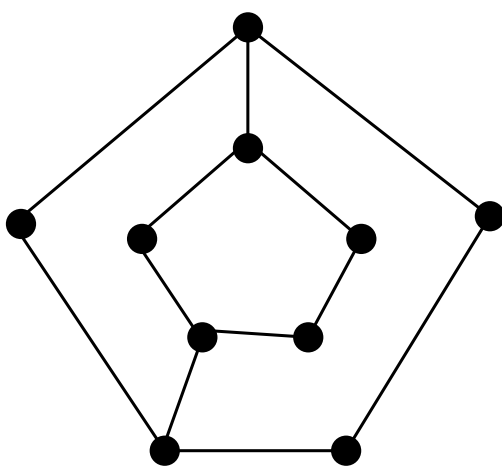


1. Olkoon G seuraava suhteikko:

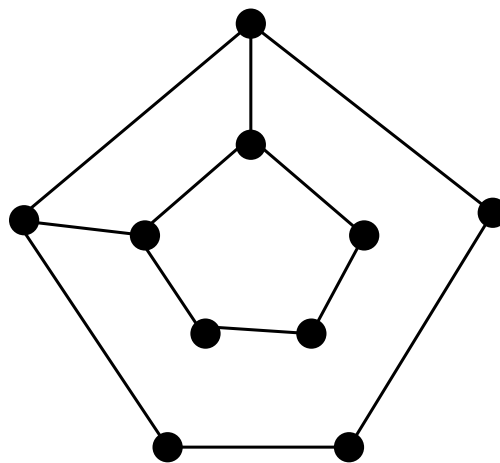


- Osoita, että suhteikossa G on olemassa tasan yksi Hamiltonin kulku, joka alkaa pisteessä 3.
- Osoita, että suhteikossa G ei ole Hamiltonin kulkua, joka alkaisi pisteessä 1 tai pisteessä 2.
- Onko suhteikossa G Hamiltonin kierrosta? Onko G vahvasti yhtenäinen?

2. Tutki kummankin kuvassa 4 alla esitetyn verkon G , G' kohdalla onko verkossa Hamiltonin kierrosta.



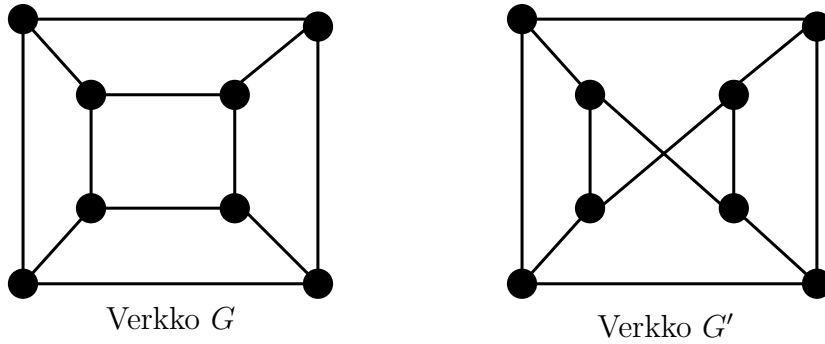
Verkko G



Verkko G'

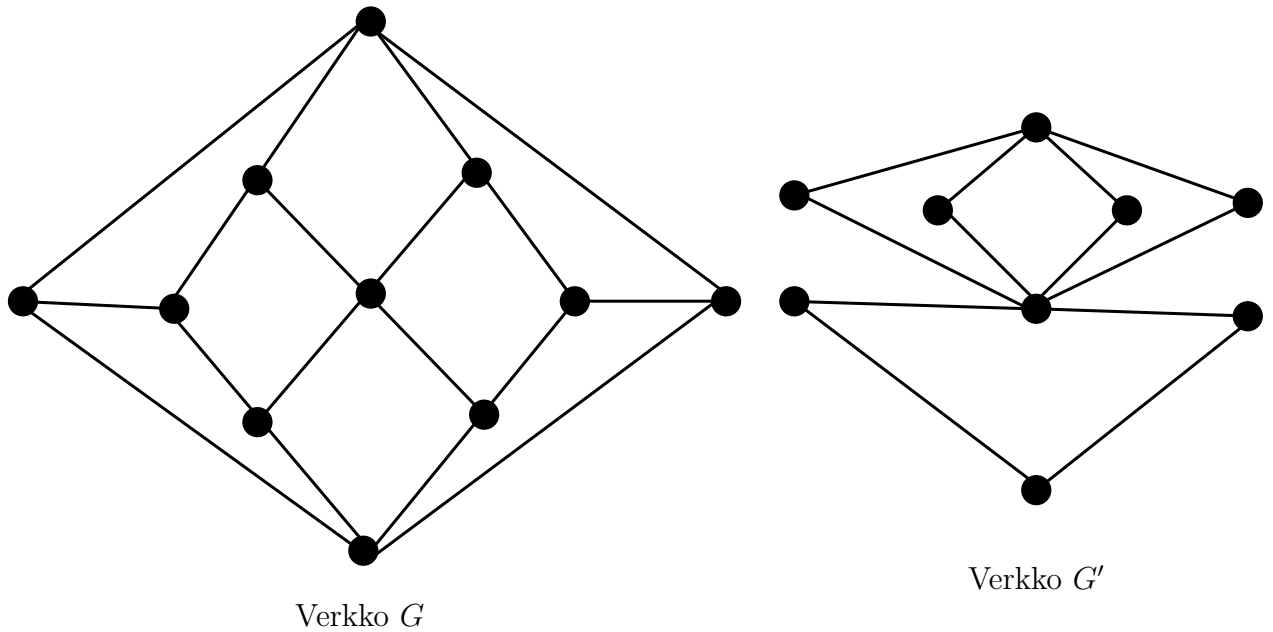
Kuva 4

3. Osoita, että kuvassa 5 esiintyvistä verkoista verkko G on kaksijakoinen, mutta verkko G' ei ole. Anna esimerkki syklistä verkossa G' , jonka pituus on pariton.



Kuva 5

4. Kuvassa 6 alla on esitetty verkot G ja G' . Tutki ovatko verkot kaksijakoisia. Tutki kummankin verkon kohdalla löytyykö verkosta Hamiltonin kulku ja/tai kierros.



Kuva 6

5. Olkoon G suhteikko, jolle $P_G = [7]$ ja jonka seuraajaluettelot ovat

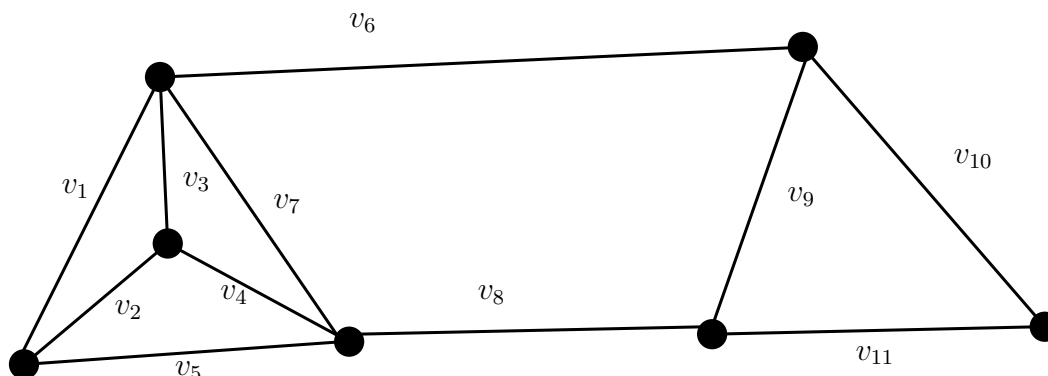
$$1 : 2, 3, 4, 5; \quad 2 : 3, 4; \quad 3 : ; \quad 4 : 3;$$

$$5 : 2, 3, 4; \quad 6 : 1, 2, 3, 4, 5; \quad 7 : 1, 2, 3, 4, 5, 6;$$

- Piirrä suhteikko ja varmista, että se on turnaus.
 - Lauseen II 4.5. nojalla suhteikossa G on Hamiltonin kulku. Etsi Hamiltonin kulku suhteikosta G .
 - Onko suhteikossa G Hamiltonin kierrosta?
6. Osoita, että jos kutsuilla jokaisella vieralla on muiden joukossa enemmän tuttuja kuin tuntemattomia, niin vieraat voidaan sijoittaa istumaan pyöreään pöydän ääreen siten, että jokainen tuntee molemmat vierustoverinsa. Tunteminen oletetaan

molemminpuoliseksi. Pöytä oletetaan olevan tarpeeksi iso, niin, että kaikki vieraat varmasti mahtuvat istumaan sen ääreen.

7. Kuvassa 1 on esitetty eräs verkko G (ja sen viivat $v_1 - v_{11}$).



Kuva 1

Olkoot

$$R_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_6, v_7, v_8, v_9\},$$

$$R_2 = \{v_1, v_5, v_7, v_9, v_{10}, v_{11}\}.$$

- a) Osoita, että sekä R_1 , että R_2 ovat renkaistoja **suoraan määritelmästä** eli esittämällä ne renkaiden erillisenä yhdisteenä.
 - b) Osoita, että $R_1 \Delta R_2$ on rengas. Minkä syklin määräämä rengas se on?
 - c) Osoita, että joukko $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_7\}$ on kahden renkaan yhdiste, mutta ei ole renkaisto.
8. a) Olkoon G verkko. Oletetaan, että jollekin $x \in P_G$ pätee $d(x) \geq 3$. Osoita, että joko G tai sen komplementti \tilde{G} sisältää 3-renkaan.
- b) Olkoon G verkko, jossa on vähintään kuusi pistettä. Osoita, että joko G tai \tilde{G} sisältää 3-renkaan. Anna esimerkki viiden pisteen verkosta, jolle tämä ei päde.
9. Näytä, että jos täydellisen viiden pisteen verkon K_5 jokainen viiva väritetään joko siniseksi tai punaiseksi, niin väritetystä verkosta löytyy rengas, jonka kaikki viivat ovat samanvärisiä. Päteekö vastaava tulos verkolle K_4 ? (Vihje: Tarkastele samanväristen viivojen virittämät aliverkot).

Laskuharjoitustehtävistä on palautettava vähintään 50%.

Lisäpisteitä harjoitustehtävistä: 60% - 3 p., 70% - 4 p., 80% - 5 p., 90% - 6 p.