

1. Olkoon  $G$  suhteikko, jonka solmujoukko on  $\{a, b, c, d, e, f\}$  ja jonka seuraajaluettelot ovat

$a : b, c, f;$

$b : a, d, f;$

$c : b, d, f;$

$d : e;$

$e : d, e, f;$

$f : .$

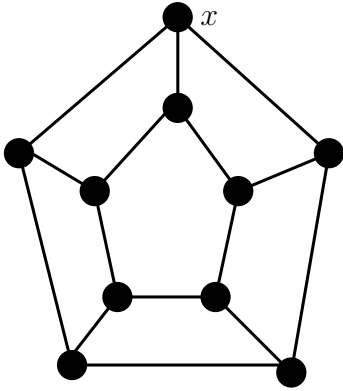
- a) Mitkä suhteikon nuolista ovat nuolia joukkoon  $\{b, c\}$ ? Mitkä suhteikon nuolista ovat nuolia joukosta  $\{a, b, c\}$ ?  
 b) Onko suhteikossa olemassa nuolta joukosta/joukkoon  $\{f\}$ ? Onko suhteikossa olemassa nuolta joukosta  $\{d, e, f\}$ ? Perustelee.  
 c) Onko  $G$  vahvasti yhtenäinen? Onko  $G$  yhtenäinen? Perustelee.
2. Olkoon  $G$  kuten edellisessä tehtävässä. Anna esimerkki  
 a) kulusta pisteestä  $a$  pisteeseen  $e$ , joka ei ole yksinkertainen,  
 b) kulusta pisteestä  $a$  pisteeseen  $e$ , joka on yksinkertainen.  
 c) yksinkertaisesta kierroksesta, jonka pituus on kolme, ja joka alkaa pisteessä  $c$ .  
 d) polusta pisteestä  $b$  pisteeseen  $f$ , joka ei ole yksinkertainen kulku.
3. Olkoon  $G$  kuten kahdessa edellisessä tehtävässä. Määrää suhteikon  $G$  vahvasti yhtenäiset komponentit. Perustelee.
4. Olkoon  $G$  verkko ja olkoon  $\tilde{G}$  sen komplementti.  
 a) Osoita, että kahdesta verkosta  $G$  ja  $\tilde{G}$  ainakin toinen on yhtenäinen.  
 b) Anna esimerkki epäyhtenäisestä verkosta  $G$ , jonka komplementti  $\tilde{G}$  on yhtenäinen.  
 c) Anna esimerkki yhtenäisestä verkosta  $G$ , jonka komplementti  $\tilde{G}$  on yhtenäinen.
5. Olkoon  $G$  verkko, jonka pisteiden ja viivojen lukumäärälle pätee

$$v_G > \frac{1}{2}(p_G - 1)(p_G - 2).$$

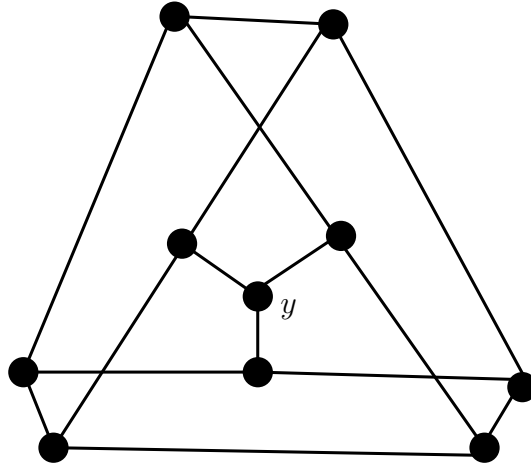
Osoita, että  $G$  on yhtenäinen. (Vihje: edellinen tehtävä ja Lause II 3.13)

6. Olkoon  $J$  suhteikko, jonka pistejoukko on  $P_J = \{2, 3, 4, \dots, 50\} = [50] \setminus \{1\}$  ja jossa pisteiden  $n, m \in P_J$  välillä on nuoli  $\overrightarrow{nm} \in N_J$  jos ja vain jos  $n$  jakaa luvun  $m$ .  
 a) Osoita, että luvut 2 ja 13 kuuluvat samaan  $J$ :n yhtenäiseen komponenttiin, mutta eivät kuulu samaan vahvasti yhtenäiseen komponenttiin.  
 b) Osoita, että luvut 2 ja 29 eivät kuulu samaan  $J$ :n yhtenäiseen komponenttiin.  
 c) Määritä pisteen 3 yhtenäinen komponentti.

7. Olkoot verkot  $G$  ja  $G'$  sekä pisteet  $x \in P_G, y \in P_{G'}$  kuten kuvassa alla.
- Laske jokaisen verkon  $G$  pisteen kulkuetäisyys pisteestä  $x$ .
  - Laske jokaisen verkon  $G'$  pisteen kulkuetäisyys pisteestä  $y$ .
  - Ovatko verkot  $G$  ja  $G'$  isomorfisia?



Verkko  $G$



Verkko  $G'$

8. Olkoon  $G$  verkko ja  $v$  jokin sen viiva. Merkinällä  $G - v$  tarkoitamme verkon  $G$  aliverkkoa, joka saadaan poistamalla  $G$ :stä viiva  $v$  (säilytetään kaikki  $G$ :n pisteet ja kaikki muut viivat).

Oletetaan, että  $G$  on yhtenäinen. Osoita, että verkolla  $G - v$  on korkeintaan kaksi yhtenäistä komponenttia.

(Ohje: oletetaan, että  $v = \overline{xy}$ . Osoita, että verkon  $G - v$  jokaisella pisteellä on tässä verkossa joko kulku pisteseen  $x$  tai pisteseen  $y$ ).

9. Olkoon  $G$  sellainen verkko, jolla on tasan kaksi paritonasteista solmua  $a, b$ . Osoita, että  $G$ :ssä on olemassa kulku pisteestä  $a$  pisteseen  $b$ .

Laskuharjoitustehtävistä on palautettava vähintään 50%.

Lisäpisteitä harjoitustehtävistä: 60% - 3 p., 70% - 4 p., 80% - 5 p., 90% - 6 p.