09:10 » Tervetuloa keskustelemaan kurssiin liittyvistä aiheista! (*)

09:12 » Laitan aina jatkossa nimimerkin loppuun. -Petteri (*)

09:21 » Testi

10:45 » Näyttäisi siltä, että ennen välitenttiä olisi tulossa 7. harjoitukset. Onko tämä jokin kokoava harkkapaketti? Onko tenttiviikolla harkkasessiota sitä varten eli pitääkö palauttaa? -Heidi

13:51 » Hei. Ennen 1. kurssikoetta ei ole harjoitusta 7. Laitan vain tehtäviä näkösälle "hieman" etukäteen. Tenttiviikolla ei myöskään ole harjoituksia. -Petteri (*)

14:10 » Hei, onko ennen tenttiä tiedossa tärppejä, joihin kannattaa erityisesti panostaa?

16:12 » Tottahan jotain "tärppejä" on tulossa, mutta vasta ensi viikolla. Laitan niitä sitten myös kurssin nettisivulle. -Petteri (*)

18:44 » Luvussa 2 (Sijoituskeino: Helppo esimerkki) taitaa olla pieni typo: määrätyn integraalin arvon pitäisi kai olla 1.

21:21 » Taitaapa tosiaan olla typo :) Kiitoksia. Korjataan. -Petteri (*)

16:37 » Tämä presemo on ilmiselvästi parantanut oppimiskykyäni. 30 min veivaamisella yksi tehtävä tehtynä, mahdollisesti jopa oikein. -Petri

17:13 » :D mutta jos jossain tehtävässä on ongelmia niin neuvoa voi kysyä -Petteri (*)

11:22 » Mitä muuta iloa/ideaa tuossa momenttiemäfunktiossa on kuin nollakohdat? Mikä on esim Mx(2)?

14:06 » 12:22: momenttiemäfunktion M_X(t) eri kertalukujen derivaattojen arvojen määräämisen kohdassa t = 0 lisäksi (eli sm:n momenttien määräämisen) sillä voidaan esimerkiksi mukavasti tunnistaa jakaumia. -Petteri (*)

14:07 » Jatkoa: Tänään esim. päättelimme sen avulla, että kun X ja Y ovat riippumattomia ja ne ovat Poisson-jakautuneita (parametreilla a ja b vastaavasti), niin sm Z = X+Y on myös Poisson-jakautunut (parametrilla a+b). Tämä pääteltiin laskemalla sm:n Z momenttiemäfunktio ja tunnistamalla se Poissonin jakauman momenttiemäfunktioksi. -Petteri (*)

14:08 » Jatkoa 2: Tämän ominaisuuden voi toki laskea "suoraan" ilman momenttiemäfunktiotakin (käyttämällä binomikaavaa), mutta suora lasku on hieman "sotkuisempi". Muutakin hyötyä näemme sille vähän myöhemmin. Muut arvot eivät sinällään ole erityisiä, mutta ne määräävät yhdessä koko funktion. Tämän funktion voi sitten yrittää "tunnistaa". -Petteri (*)

15:49 » Onko Petteri opiskellut peliteoriaa? T: utelias

17:01 » Vinkkejä tehtävään 5? Yritin luoda momenttiemäfunktiota mutta siitä ei tullut mitään. Tosi vaikeaa.

17:13 » Voisiko jatkossa itse kalvoihin / sivuille laittaa enemmän luentoesimerkkejä välivaiheiden kera?

17:26 » 16:49: :) en varsinaisesti ole peliteoriaa opiskellut, mutta olen kyllä siihen perehtynyt, koska olen sitä usein tarvinnut -Petteri (*)

17:34 » Miten momenttiemäfunktiosta kehitetään potenssisarja? Ja miten ihmeessä siitä potenssisarjasta voi päätellä momentteja?

17:40 » 18:01: momenttien laskemiseen on tyypillisesti (muitakin tapoja monesti löytyy kts. esim. binomijakautuneen sm:n varianssin laskutavat) kaksi tapaa: 1. laskemalla suoraan E X^k käyttämällä monisteen lausetta 4.5 valitsemalla g(x) = x^k ja 2. käyttämällä momenttiemäfunktiota (tai kumulanttiemäfunktiota) -Petteri (*)

17:41 » Jatkoa: Kumpi on sopivampi tapa riippuu tilanteesta eli kumpi milloinkin sattuu olemaan helpompi (kokeilemalla selvinnee... :) Harjoituksen 5 tehtävässä 5 suora tapa (tapa 1) on vähemmän työläs. -Petteri (*)

17:43 » 18:13: Kiitos hyvästä kommentista. Yritän lisäillä niitä loppuviikon aikana. -Petteri (*)

17:47 » 18:34: esimerkiksi Bernoulli-jakautuneen sm:n MEF (momenttiemäfunktio) on M(t) = (1-p) + e^t p. Nyt eksponenttifunktion potenssisarja on 1 + t + t^2/(2!) + t^3/(3!) + ... joten M(t) = 1-p + p(1 + t + t^2/(2!) + t^3/(3!) + ...) = 1 + p t + p t^2/(2!) + p t^3/(3!) + ... saatiin kehitettyä potenssisarjaksi. -Petteri (*)

17:52 » Jatkoa: luennoilla esitettiin monisteen lause 4.9, jonka mukaan M(t) = 1 + t EX + t^2 EX^2 /(2!) + t^3 EX^3 /(3!) + ..., joten vertaamalla potenssisarjojen kertoimia voidaan tästä "lukea", että EX = p, EX^2 = p, EX^3 = p, ... -Petteri (*)

18:00 » Jatkoa: eli tuo "kehitä potenssisarjaksi" tarkoittaa kutakuinkin "muodosta momenttiemäfunktion lauseke ja tunnista sieltä tuttuja funktioita, joiden potenssisarjat tunnet (eksponenttifunktio, 1/(1-x) jne.) ja korvaat nämä potenssisarjoilla, kunnes koko funktio on esitetty potenssisarjana" -Petteri (*)

18:20 » Entä jos potenssisarjan kertoimet jäävät riippuvaisiksi t:stä?

18:26 » Ei sittenkään mitään ":D" -19:20

18:49 » Onko 12.7 julkaistavissa laskareissa seuraavan periodin asiaa, vai vielä tämän? Jos seuraavan, ni voisiko ne mielummin olla esim kertaustehtäviä?

19:46 » 19:26: Hyvä että selvisi :D kertoimien ei pitäisi riippua t:stä lopussa. -Petteri (*)

19:48 » 19:49: hyvä ehdotus. Taidan korvata sen kertaustehtävillä ja laittaa seuraavan varsinaisen laskarin myöhemmin. -Petteri (*)

23:34 » Sitä en vieläkään ymmärrä että miten se sarja muodostetaan jos ei tiedetä sitä EX^k, joka juuri on sen sarjan avulla tarkoitus laskea. Ja miksi se on nollasta äärrttömään eikä miinus äärettömästä. Miten esimerkiksi poisson-jakaumaan repäistään se että Ee^tX on yhtäkkiä se sarja?

10:15 » Ohjaaja puutuu to klo 10-12, piti olla Tommi ohjaamassa. Saa välittää palautteen.

10:32 » 00:34: ajatus menee seuraavasti: lauseen 4.9 mukaan tiedetään, että M(t) = M_X(t) on esitettävissä potenssisarjana kunhan se on äärellinen nollan ympäristössä. Siispä M(t) on muotoa 1 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + ... -Petteri (*)

10:33 » Jatkoa: Lisäksi lauseen mukaan tiedetään, että a_k = EX^k/(k!) = D^k M(0)/(k!) kullakin k =1, 2, ... missä D^k M tarkoittaa M:n k:tta derivaattaa. Eli jos tiedämme, mitä EX^k on, niin voimme määrätä kertoimen a_k:n. Toisaalta, jos tiedämme, mikä a_k on, niin voimme ratkaista EX^k:n. On myös on määrittää D^k M(0) derivoimalla ja ratkaisemalla EX^k tästä. -Petteri (*)

10:34 » Jatkoa: Tuo summaus menee 0:sta äärettömään, sillä negatiiviset potenssit esim. t^{-1} tarkoittaisivat, että M olisi singulaarinen kohdassa t = 0, mutta tiedämme että M(0) = Ee^{0X} = Ee^0 = E1 = 1, joten negatiivisia potensseja ei voi sarjassa esiintyä. -Petteri (*)

10:35 » Jatkoa: Poissonin jakauman yhteydessä on hieman "lyhennetty" päättelyä. Siinä voisi lukea, että "Määritelmän mukaan M(t) = Ee^{tX}. Koska X on diskreetti, niin lauseen 4.5. mukaan Ee^{tX} = \sum_x e^{tx} f(x), missä f on sm:n X ptnf." Tämän jälkeen sijoitetaan f:n paikalle annettu ptnf, ja voimme jatkaa kuten monisteessa tai kalvoissa. -Petteri (*)

10:39 » 11:33: tulipas pahoja kirjoitusvirheitä: tuossa pitäisi lukea "... voimme määrätä kertoimen a_k." sekä "On myös mahdollista määrittää D^k M(0) derivoimalla ja ratkaista EX^k tästä" -Petteri (*)

10:53 » Miksi tuota summaa sitten käytetään myös jatkuville muuttujille?

10:57 » Tai miten tuosta saa sarjan jatkuvalle muuttujalle?

10:58 » Eikö siitä tule integraali, jota ei saa sarjamuotoon?

12:07 » Kiitos paljon tuosta kertaustehtävälaskari-jutusta!

12:48 » 11:53: tuota sarjaesitystä momenttiemäfunktiolle (MEF) voi käyttää hyvin myös jatkuvasti jakautuneelle sm:lle X. Lause 4.9 puhuu vain momenteista EX, EX^2, EX^3, ... , MEF:n derivoituvuudesta sekä odotusarvosta Ee^{tX} ja nämä voidaan laskea/määritellä myös jatkuvasti jakautuneille sm:ille. -Petteri

12:49 » 11:53: tuota sarjaesitystä momenttiemäfunktiolle (MEF) voi käyttää hyvin myös jatkuvasti jakautuneelle sm:lle X. Lause 4.9 puhuu vain momenteista EX, EX^2, EX^3, ... , MEF:n derivoituvuudesta sekä odotusarvosta Ee^{tX} ja nämä voidaan laskea/määritellä myös jatkuvasti jakautuneille sm:ille. -Petteri (*)

12:51 » Jatkoa: Jännittäväksi asian tekee se, että yhdistettynä lauseeseen 4.11 huomataan, että nämä momentit siis itse asiassa määrää koko jakauman yksikäsitteisesti (jos MEF on äärellinen 0:n ympäristössä) oli jakauma diskreetti, jatkuva tai jotain muuta. Laitan perään jotain esimerkkiä jatkuvalle sm:lle. -Petteri (*)

12:53 » Kiitos! Kun tuota kaavaahan ei käytetty tuossa Poissonin johtamisessa, vaan sitä muunnoksen odotusarvoa. Niin on jäänyt vähän hämäräksi että miten sitä hyödynnetään.
13:57 » Näin ennen 5. laskuharjoitusten palauttamista ja ratkaisujen näkemistä, nämä harjoitukset ovat tuntuneet vaikeusasteeltaan tähän mennessä helpommilta. Koen, että jotakuinkin tätä vaikeusastetta vastaavat laskarit ovat oman oppimiseni kannalta tehokkaimpia, ja toivon, että haastavuus olisi jatkossakin samaa luokkaa. Iso peukku siis vaikeusasteelle!
14:37 » 13:53: hyvä huomio. Ajatus tuossa oli, että johdimme (jollain tavalla) suoraan momenttiemäfunktion. Tästä voimme sitten määrätä lauseen 4.9 avulla kaikki momentit joko kehittämällä potenssisarjaksi (kts. harjoitus 6 tehtävät 2b ja 3) vaikka tässä tapauksessa se on hieman haastavampaa. -Petteri (*)
14:38 » 13:53: jatkoa. Voimme myös määrätä momentit derivoimalla (kts harjoitus 5 tehtävä 4). Nyt siis lähinnä hyödynnämme lausetta 4.9 suuntaan "kun tiedämme MEF:n niin voimme selvittää momentit" sen sijaan että "ok. tiedämme momentit ja määräämme MEF:n summaamalla sarjan" -Petteri (*)
14:40 » 13:53: jatkoa. Poissonin jakauman yhteenlaskuominaisuuden kanssa käytimme sitten lausetta 4.11. eli momenttiemäfunktion tunteminen (ei vain abstraktina sarjana) on varsin hyödyllistä. -Petteri (*)
14:42 » 14:57: mukava kuulla -Petteri (*)
14:50 » Ok nyt vihdoin tajusin. Sitä kaavaa ei siis varsinaisesti sovelleta momenttiemäfunktion luomisessa, vaan kun se on luotu niin lauseen nojalla sitä saadaan derivoida ja ottaa momentit nollakohdista.
14:54 » Menin sekasin kun siinä Poisson-tapauksessa käytettiin potenssisarjaa ja se näytti samalta.
15:06 » Normaalijakaumasta: oletetaan että X:n odotusarvo on 0. Nyt X:n toinen origomomentti (EX^2) on yhtä kuin X:n varianssi. Tarkoittaako tämä, että X^2:sen odotusarvo on X:n varianssi? Jos tarkoittaa, niin eikös tämä ole intuitiivisesti vähän "hassua" (mielestäni X^2:sen odotusarvo pitäisi tietysti olla myös 0)? Ja ei tarkoita, niin eikö se ristiriidassa kurssimateriaalin kanssa?
15:11 » Lisäys: ja siis tuo toinen origomomentti E(X^2) on saatu integroimalla kurssimateriaalin kaavalla Eg(x) = intgr(g(x)f(x))dx, missä f(x) on normaalijakauman tiheysfunktio ja g(x) = x^2
15:46 » 15:50: hyvä :) -Petteri (*)
15:48 » 16:06: kyllä, kun EX = 0, niin var X = EX^2 (sillä tällöin (X-EX)^2 = X^2). Eli X^2:n odotusarvo on tällöin siis X:n varianssi. -Petteri (*)
15:50 » Heh, selvisi se intuitiokin sille kuin itsestään, kun sain varmennuksen tuohon. Kiitos!
15:51 » 16:06: kuitenkin jos EX = 0, ei EX^2 = E(X^2) ole välttämättä 0. Käytän siis merkintää, EX^k = E(X^k) ja jos haluaisin korottaa odotusarvon EX potenssiin k merkitsisin (EX)^k. -Petteri (*)
16:02 » 16:50: oleppa hyvä :) hyväksi esimerkiksi sm:lle X jolle EX = 0, mutta EX^2 > 0 käy diskreetti sm X jonka ptnf on f(x) = 1/2 *(1_{x=1} + 1_{x=-1}) (eli f(1) = 1/2, f(-1) = 1/2). Tällöin EX = -1*f(-1) + 1*f(1) = -1/2 + 1/2 = 0 ja muunnoksen odotusarvon kaavalla E(X^2) = (-1)^2/2 + 1^2/2 = 1. -Petteri (*)
23:24 » Voisiko kurssin kotisivulle laittaa maininnan "lunttilapusta" ja muista kokeessa mahdollisesti sallituista apuvälineistä? (laskin?)
12:52 » 00:24: kiitos. Lisäsin tietoa "lunttilapusta" ja laskimesta. Laitan lisää tietoa myöhemmin. -Petteri (*)
15:04 » Onko myös toisessa kurssikokeessa sama, että yksi A4-arkki lunttilappuna?
15:54 » (... siis siinä joulukuussa pidettävässä 2. kurssikokeessa)
19:16 » 16:54: on kyllä -Petteri (*)
22:11 » 20:16: Ok, kiitos. Hyvä tietää, niin täyttää nyt tähän kokeeseen vain puolet paperista, jotta voi sitten toiseen kokeeseen vain laajentaa vanhaa lunttilappua. :-)
12:11 » 23:11: luntin itse ei tarvitse olla sama :) eli voit hyvin käyttää molemmat puolet nytkin ja kirjoittaa uuden myöhemmin. Toki voit tehdä myös ehdottamallasi tavalla. -Petteri (*)
12:52 » 13:11: Joo, tiedän, ettei tarvitse olla sama. Mutta jos tekisi eri lunttilaput, joutuisi kirjoittamaan kahteen kertaan kurssin ekan puolikkaan asiat. Ja joulukuussa kuitenkin pitäisi

mahduttaa ne samat asiat noin paperin puolikkaaseen, saman tien kirjoittaa ne nyt sopivan pieneen tilaan. :-)
18:03 » Hei! Liekö tyhmä kysymys, en tiedä, mutta 6. harjoituksen tehtävässä kaksi pyydetään tekemään muuttujanvaihto y=x^2/2. E(Z^k) ei kuitenkaan sisällä y:tä. Tuleeko tehtävässä siis tehdä muuttujanvaihto _z_=x^2/2, vai onko kyse jostain muusta?
18:11 » Korjaus 19:03; Tuleeko siis tehdä muuttujanvaihto y=z^2/2
18:29 » 19:11: hupsis, painovirhe oli siihen lipsahtanut. Eli muuttujanvaihdosta y = z^2/2 oli kyse. -Petteri (*)
11:15 » Hei, olisiko mahdollista saada keskiviikkona tenttiin tulevat tärkeät asiat myös tänne tai kurssisivulle? :)
11:26 » 12:15: on mahdollista, ja aionkin niitä laittaa kurssisivulle. -Petteri (*)
16:17 » Kysyn vielä harkoista 5 tehtävästä 4 (Poisson): miten ihmeessä D M'(0) ei ole nolla? Potenssissa on x(e^0-1), niin tämän derivaatahan on nolla?? -HP
19:42 » 17:17: jatkoa. Vastaavalla tavalla voisimme päätellä, että M''' = M * (w^3 + 3w^2 + w) (mieti miksi), mistä saisimme lopulta M'''(0) = u^3 + 3u^2 + u = u*(u+1)^2 + u^2. -Petteri (*)
19:42 » 17:17: jatkoa. Edelleen suoraan derivoimalla huomaamme, että w' = w, joten kaiken kaikkiaan M'' = M * (w^2 + w). Siispä M''(0) = M(0)*(w(0)^2 + w(0)) = 1*(u^2 + u) = u*(u+1), sillä w(0) = v'(0) = u. (*)
19:42 » 17:17: jatkoa. Tiedämme siis, että (*) M' = M * w, kun merkitsen luettavuuden vuoksi w = v'. Tulon derivointisäännöllä siis M'' = M' * w + M * w'. Käyttämällä identiteettiä (*) huomaamme, että M' * w = M * w^2, joten olemme päätelleet, että M'' = M * (w^2 + w'). (*)
19:43 » 17:17: jatkoa. Poikkean hieman mallien laskutavasta (miksipäs en) enkä yhdistele funktioita tässä välissä. Toisen derivaatan laskemisessa derivoimme _funktiota_ M'(t), emme sen _arvoa_ kun t = 0. Eli laskemme ensin, mitä on M''(t) ja vasta sen jälkeen sijoitamme t = 0. (*)
19:43 » 17:17: jatkoa. Koska M(t) = exp(v(t)), missä v(t) = u(exp(t) - 1), niin yhdistetyn funktion derivointisäännöllä M' = M * v'. Sisäfunktion derivaatta v'(t) = u*e^t, joten eritoten v'(0) = u. Siispä voimme laskea, että M'(0) = M(0)*v'(0) = 1*u = u. Selvyyden vuoksi käytin kirjainta u thetan sijasta.
19:44 » 17:17: hyvä kysymys. Avaan hieman mallin kahta ensimmäistä riviä lisää (eli EX = M'(0) ja EX^2 = M''(0) kohtia). Tuo M' on MEF:n ensimmäinen derivaatta ja M'' MEF:n toinen derivaatta, eli M'' = (M')'. Lasketaan ensin M'. (*)
19:44 » 17:17: Kirjoitin vastaukseni "takaperin", jotta nämä voi nyt lukea luonnollisemmin "ylhäältä alaspäin" (presemo sallii vain 500 merkkiä kerralla)
19:45 » Edelleen nuo pari tekstiä tuossa on myös kirjoittamiani, mokailin hieman kopioimisessa... -Petteri (*)
14:06 » Mistä tuo "parittomilla k integrandi on pariton funktio, joten integraali on nolla" on päätelty tehtävässä 2?
14:09 » Ai niin, se tuli aikaisemmin kurssilla. Unohda!
15:00 » 15:09: hyvä, unohdan :) -Petteri (*)
15:33 » Haluaisin vähän tarkemman perustelun sille, miksi $E(X^2Y)=E(X^2)E(Y)$, jos X ja Y ovat riippumattomia (vuoden 2011 kurssikokeen tehtävä 3).
16:00 » 16:33: luentomonisteessa Lause 4.6. (luvun 4 kalvoissa sivu 30) on tämä "annettu" suoraan. -Petteri (*)
16:03 » 16:33: jatkoa. Mutta perusteluhan tulee jo lauseesta 3.7 (kalvoissa luku 3 sivu 27). Eli jos X ja Y ovat riippumattomat, niin Z = g(X) ja W = h(Y) ovat myös. Siten tuo lause 4.6. seuraakin ominaisuudesta E(ZW) = EZ * EW. -Petteri (*)
16:18 » 16:33: jatkoa. Mutta luultavasti tarkoitit, että haluaisit hieman paremman "mallin" tuolle tehtävälle 3, joten lisäsin perustelun myös siihen skanniin. _Erittäin hyvä kommentti_, kiitos. Itse asiassa ajattelin kirjoittaa perään esimerkkinä ratkaisun, jollaista arvostaisin kovasti :) -Petteri (*)
20:02 » Nyt selkeni. Kiitos.
22:10 » 21:02: mainiota :) -Petteri (*)

12:25 » Miten gammafunktiosta saa arvoja ulos jos ne eivät ole puolikkaita? En tajua tuosta beetahöskän kautta johdetusta integraalista juuri mitään. Ylipäänsä kirjassa voisi olla enemmän välivaiheita ja vähemmän "helpon laskun avulla saamme" -tyyppistä tekstiä.
12:27 » Ah, kertoma!
15:02 » 13:25: hyvä huomautus. Yritän lisätä välivaiheita (tähän saakka niitä olen tehnyt lähinnä taululla), koska itse ainakin tarvitsen _paljon_ välivaiheita. Gammafunktiosta kurssilla osaamme laskea käytännössä arvot pisteissä k/2, kun k=1,2,3,... -Petteri (*)
15:08 » 13:25: jatkoa. beetafunktion avulla (hieman hankalasti ja sen ymmärtäminen ei ole vielä välttämätöntä) päättelimme, että G(1/2) on neliöjuuri pi:stä (sqrt(pi)). Palautuskaavan G(x+1) = x * G(x) avulla voimme laskea, että G(3/2) = G(1/2 + 1) = 1/2 * G(1/2) = 1/2 * sqrt(pi) -Petteri (*)
15:09 » 13:25: jatkoa. edelleen G(5/2) = 3/2 * G(3/2) = 3/2 * 1/2 * G(1/2) = 3/4 * sqrt(pi). Jatkamalla tästä saamme laskettua G(7/2):n, G(9/2):n jne. -Petteri (*)
15:15 » 13:27: mutta kuten huomasit, olemme laskeneet arvot postiivisilla kokonaisluvuilla G(n) = (n-1)! Tämän päättelimme samoin, sillä G(1) voidaan laskea suoraan integroimalla (se on x^{1-1} e^{-x} = e^{-x}:n integraali yli välin (0, infty) (infty = ääretön). Koska antiderivaatta on -e^{-x}, niin G(1) = (-0 - (-1)) = 1 -Petteri (*)
15:19 » 13:27: ja tästä saadaankin, että G(2) = G(1+1) = 1*G(1) = 1, G(3) = G(2+1) = 2*G(2) = 2*1, G(4) = G(3+1) = 3*G(3) = 3*2*1 = (4-1)!, G(5) = G(4+1) = 4*3! = (5-1)! ja voisi arvata, että G(n) = (n-1)! yleisestikin. Tämän voi sitten induktiolla (halutessaan) varmistaakin. -Petteri (*)
18:21 » Harjoituksen 6 ratkaisut ja lisätehtävät on tallennettu kurssisivulle sellaisessa muodossa, että ainakin minun Macillani ne näyttävät vähän suttuisilta enkä tiedä miten ne saa tulostettua.
20:06 » 19:21: kävin katsomassa tuota ja jotain hyvin erikoista oli noille liitteille tapahtunut. Tein eräitä testejä ja luulen, että wiki ei tällä hetkellä tunnista liitettäviä tiedostoja oikein. -Petteri (*)
20:07 » 19:21: jatkoa. Kokeilin manuaalisesti korjata "Kertaustehtävät" -tiedoston tyyppitiedon wikissä ja ainakin minulla se tuntui auttavat. Jos voisit kokeilla, auttoiko se, niin korjaan muutkin samoin. -Petteri (*)
20:10 » "Palautetaanko" kertaustehtävät laskuharjoitusryhmään? Onko seuraavat laskarin 2. Periodin ensimmäisellä opetusviikolla?
20:16 » 21:10: kertaustehtäviä ei palauteta, ne on tarkoitettu omaa harjoittelua varten (kokeeseen valmistautumiseen). Niihin voi kysellä täältä apuja, joita laitan sitten tänne/kurssin sivulle. Toista kysymystä harkitsen vielä ja ilmoitan siitä tarkemmin kurssisivulla ensi viikon alussa. -Petteri (*)
20:17 » 21:10: jatkoa. eli lisäpisteitä noista tehtävistä ei saa, mutta niistä voi olla apua koetta varten :) -Petteri (*)
21:09 » Nyt näyttäisi nämä kaksi tiedostoa samanlaisilta kuin muutkin.
21:32 » 22:09: hyvä sillä päätin tehdä saman muutoksen niihinkin. Kiitos että ilmoitit ongelmasta ja korjaus auttoi. -Petteri (*)
13:45 » Tätä on jo kenties kysytty, mutta liittyen kertaustehtäviin: tuleeko niiden malliratkaisuja nettiin vielä ennen koetta?
22:16 » 14:45: laitan ratkaisuehdotuksia niistä tehtävistä mistä tulee pyyntöjä, mutta torstaina laitan suuresta osasta. -Petteri (*)
17:49 » Samoja kertaustehtävien malliratkaisuja kaipailisin myös kuin 14:45.
21:30 » 18:49: hei. Laitan huomenna aamupäivästä ratkaisuehdotuksia kurssin kotisivulle. Ajatuksenani oli, että hieman ennättätte laskea ja miettiä itse ensin :) -Petteri (*)
18:06 » Iso kiitos noista malliratkaisuista. Pienenä ehdotuksena, jos mahdollista, niin seuraavassa periodissa voisi laskareissa olla muutama tuollainen vähän simppelimpi tehtävä. Ainakin itse koen, että parin helpomman tehtävän aikana oivaltaa parhaiten ko. laskuihin liittyvän mekaniikan ja sitä kautta vaikeampien tehtävien ratkominen helpottuu. -Petri
18:28 » Tehtävässä 18 tapahtuman X=Y=3 tn on kai e^(-2) / (3!)^2 = e^(-2) / 36. Kertaustehtävien ratkaisujen saaminen oli tosiaan erittäin hyödyllistä.
18:48 » Voiko kokeessa olettaa tunnettujen jakaumien odotusarvon (kaavat), varianssin (kaavat) ja tiheys-/kertymä-/momenttiemäfunktiot tiedetyiksi, jos tehtävässä ei erikseen pyydetä niitä

johtamaan? Esim kertaustehtävässä 19. malliratkaisuissa ei geometrisen jakauman odotusarvon kaavaa hyödynnetty, vaan se johdettiin erikoistapaukselle.
19:00 » Tehtävässä 21 $X \sim U(0, 1)$, joten X:n varianssin pitäisi kai olla $(1-0)^2/12 = 1/12$ (eikä 1). Siten b-kohdan vastaus lienee 1/12 ja c-kohdan -1/12.
19:28 » 19:28: Kylläpä hyvinkin... -Petteri (*)
19:29 » 20:00: juurikin näin... luin jotenkin että siinä luki N(0,1)... jolloin varianssi olisi ollut tuo 1. Mutta U(0,1):lle se on 1/12. -Petteri (*)
19:36 » 20:00: ja siten nuo vastaukset b) kohdassa ja c) kohdassa ovat kuten sanoit (b) 1/12 ja (c) -1/12. Yritän korjata nuo myös nettisivulle, mutta hieman teknisiä ongelmia. -Petteri (*)
19:40 » 19:48: voi. Kertaustehtävän 19 ratkaisuehdotus olisi hyvin voinut käyttää suoraan luentojen kaavaa EX = (1-p)/p. Eli kaikkea luennoilta saa käyttää hyväksi :) se, etten itse sitä (muistanut vielä lisätä, eli sanoa että Tapa 2. suoraan kaavasta EX = (1-p)/p ... -Petteri (*)
19:41 » 19:06: yritän laittaa mukaan hieman helpompiakin jatkossa :) -Petteri (*)
20:15 » Tehtävä 21: X:llä on tasajakauma välillä (0,1). Malliratkaisussa on "VarX = 1 "<- oletus"". Millä perusteella? Eikö tasajakauman varianssi lasketa kaavalla (b-a)^2/12 ?
20:16 » Katso Petterin kommentti 20:29
20:17 » ... 21:15-kysyjälle siis
20:17 » aa oho t.21.15
20:17 » :-)
21:52 » Laskareihin ei tarvitse laittaa helpompia tehtäviä, vaan kurssisivulle koko ajan kurssin edetessä laittaa laskuesimerkkejä aiheesta. On tosi tuskallista, kun kaikki vanhojen kurssisivujen tehtävien ratkaisut on "piilotettu" eikä laskuesimerkkejä juurikaan ole.
21:52 » Johd. todennäk.laskentaan kurssin aikana valitettavasti huomasin vasta päivää ennen viimeistä kurssikoetta, että Koskenojan pitämän kurssin sivuilta löytyy pilvin pimein malleja. Turha pähkäileminen tulee ikävästi uniin. Pääsin kokeisiin valmistautumisessa vauhtiin vasta, kun nämä kertaustehtävien ratkaisut julkaistiin. Opetus on muutoin erinomaista.
22:04 » 22:52: tuo ehdotus että helpompia tehtäviä esimerkkeineen sivulle on erittäin hyvä :) -Petteri (*)
11:22 » Kuinka paljon myöhässä tenttiin saa tulla?
12:03 » Mitkä kaikki kurssikokeista annetuista ohjeista (esim. luntti, koealue) pätee myöhemmin erilliskokeissa? (...milloin seuraava erilliskoemahdollisuus sitten onkaan, joskus vuodenvaihteessa).
13:57 » 13:03: erilliskokeissa koealue on koko kurssin materiaali (siis myös toisen periodin asiat). Luntin korvannen itselaatimallani "luntilla". Seuraava erilliskoe on 29.10. (ilmoittautuminen tosin umpeutui 21.10.) ja sitä seuraava on 28.1.2016. Tammikuun (ja vain tammikuun) kokeessa huomioin myös laskuharjoituspisteet. -Petteri (*)
13:58 » 12:22: toivottavasti ennätit... max. puoli tuntia voi myöhästyä. -Petteri (*)
14:11 » 1b) Ehdollinen tn toisistaan riippuville, epäerillisille tapahtumille. Miten ihmeessä lasketaan?
14:44 » Julkaistaanko kokeen malliratkaisut jossain vaiheessa?
15:36 » Ennätin, röntgenkokeet venähtyi niin meinasin myöhästyä. 15:11. Käsittääkseni 1b tehtävässä ehtoa ei tarvinnut huomioida vaan riitti käsitellä tilannetta että enää heitetään noppaa 4 kertaa ja pitää saada 2 onnistumista (eli lukua 5,6)
15:51 » 16:36: Saitko siis vastaukseksi 8/27?
15:57 » 16:36 toivottavasti ei ole noin, koska otse järkeilin aluksi juurikin noin, mutta menin kumittamaan sen. Mutta nyt kun mietin, niin eipä olisi pitänyt kumittaa...
16:04 » Jos tämä tentti ei mene läpi niin onko uusintamahdolllisuutta vai täytyykö suorittaa molemmat välikokeet koko kurssin kattavalla erilliskokeella?
16:24 » 15:44: ehkä jossain vaiheessa :) -Petteri (*)
16:44 » 1b):ssä jos A = {X=3} ja B = {1. heitto on 5}, niin {A ja B} = {B ja C}, missä C = {5:sten ja 6:sten lkm on 3-1=2 heitoilla 2,3,4,5}. Tapahtumat B ja C ovat riippumattomia, joten P(A ja B) = P(B ja C) = P(B)P(C). Siispä P(A | B) = P(A ja B) / P(B) = P(C). Ja tämä tn P(C) saadaan kuten 16:36 sanoi. -Petteri (*)

16:49 » 17:04: mietin tuota vielä... -Petteri (*)
16:50 » Kiitos hyvin laadituista ohjeista kokeeseen valmistautumiseen! Mukavaa, että oli kattava lista siitä, mitä tulee osata
11:31 » milloin voi odotella 1. välikokeen tuloksia?
12:50 » Millon harjoitus 7 tulee olla valmis? Aasinsilta, onko ensi viikolla jo laskarit?
18:54 » 13.50: harjoitustehtävät 7 laitan kurssisivulle tiistaina. Ne käsittelevät 2. periodin asioita ja ne käsitellään harjoituksissa seuraavalla viikolla. -Petteri (*)
20:14 » mitä apuvälineitä voi käyttää ensi torstain yleistentissä/koko kurssia käsittelevässä tentissä? ovatko laskin/ maol/ itselaadittu lappu ok?
19:16 » Valmistaudun torstain korvaavaa kokeeseen ja kertaustehtävä numero 12:n a)-kohdassa ymmärykseni loppui eräässä kohdassa. Malliratkaisussa kirjoitat, että g(x)=x^3 ja että g'(x)=3x^2, joka on jatkuva koko R:ssä sekä diffeomorfismi (-ääretön, 0)->(-ääretön, 0). Miksi joukot ovat nuo edelliset?
19:18 » "erilliskokeissa koealue on koko kurssin materiaali (siis myös toisen periodin asiat)". Mielestäni tuo on epäreilua niitä kohtaan, jotka eivät voineet osallistua ensimmäiseen kokeeseen toisen tentin päällekkäisyyden vuoksi.
19:24 » "Tammikuun (ja vain tammikuun) kokeessa huomioin myös laskuharjoituspisteet. -Petteri" Tuo ja edellinen kommentti yhdessä: tarkoittaako tämä sitä, että korvaavaan kokeeseen ilmoittautunut on velvollinen selviytymään koko kurssin asioista eikä saa laskuharjoituspisteitä mukaansa kuin vasta tammikuun kokeessa? Jos näin, niin miksi? Kuulostaa epäoikeudemukaiselta.
07:09 » 19:18: erilliskoe tarkoittaa yleistenttiä. 29.10. järjestetään sekä yleistentti (eli erilliskoe) ja lisäksi korvaava kurssikoe. Yleistentti (eli erilliskoe) on koko kurssin suorittamista varten (4 h / 5 kysymystä) mutta korvaava kurssikoe (2 h/ 4 kysymystä) ja siinä on sama koealue (ja sama ohjeistus) kuin 23.10. kurssikokeessa. -Petteri (*)
07:13 » 19:24: ne jotka ovat ilmoittautuneet s-postilla minulle, että ovat osallistumassa _ylimääräiseen kurssikokeeseen_ ovat "samalla viivalla" kuin 23.10. kurssikokeeseen osallistuneet. Alkuperäinen kysymys kysyi (ymmärtääkseni) pelkästään tietoa erilliskokeista, ei ylimääräisestä kurssikokeesta. -Petteri (*)
07:32 » 19:24: ylimääräiseen (korvaavaan) kokeeseen (siihen mihin pyysin laittamaan s-postia minulle) osallistuva _ei tee_ koko kurssin erilliskoetta, vaan 2 tunnin kurssikokeen samalla ohjeistuksella kuin varsinaisena kurssikoepäivänä. -Petteri (*)
07:37 » 19:24: kommentti laskuharjoituspisteistä "tammikuun (ja vain tammikuun)" tarkoittaa tammikuussa 2016 olevaa _erilliskoetta_ ja silloin huomioin poikkeuksellisesti erilliskokeen (yleistentin) arvostelussa myös kurssilla saadut laskuharjoituspisteet. Tämä on siis ns. lisämahdollisuus eikä siis koske ylimääräiseen kurssikokeeseen osallistuvaa -Petteri (*)
07:45 » 19:18: toivottavasti tämä hälvensi epäoikeudenmukaisuuskysymystä (eli puhuin siis eri asiasta eli tässä lienee terminologiaongelma (ylimääräinen kurssikoe vs erilliskoe)). Siis ne jotka osallistuvat ylimääräiseen kurssikokeeseen ovat ihan samassa asemassa (sama valmistautumisohjeistus, sama koealue, jne. eri päivä tosin) kuin varsinaiseen kurssikokeeseen osallistuneet. Myös korvaava kurssikoe tarkoitti alla ylimääräistä kurssikoetta. -Petteri (*)
08:00 » 19:16: siinä on (hieman epäselvästi) että g on diffeomorfismi sekä R_+ -> R_+ (että tuolla negatiivisella pätkällä (-infty,0) -> (-infty,0). Tämä oli valitettavasti hieman hankala (sm:lle Y) ohjeistukseen nähden, sillä g(x) = x^3 ei ole diffeomorfismi koko R:ssä (käänteisfunktio h(x) = x^{1/3} ei ole derivoituva kohdassa x = 0). Siihen olisi voinut soveltaa siten lausetta 2.13. mutta ei lausetta 2.12. Siksi tf:n Y:lle määräsin käyttämällä kf-tekniikkaa. -Petteri (*)
09:12 » Odottelen edelleen vastausta erilliskokeen ohjeistuksesta. Tulen torstaina tenttimään koko kurssia, saanko käyttää apulappua vai olet korvannut sen omalla lapullasi? Aiemmin sanoit, että korvannet
09:29 » 09:12: yleensä yleistentissä/erilliskokeessa maol on ollut sallittu. Tuon lunttikysymyksen kanssa on ollut vaihteluvuutta ja en valitettavasti huomannut harkita asiaa riittävän ajoissa. Kesän tenteissä (sekä ilmeisesti viimeiset kaksi vuotta) se on ollut sallittu, joten sallin sen nytkin (siis ainakin 29.10. erilliskokeessa) -Petteri (*)

09:39 » ok, kiitos vastauksesta :)
11:18 » Ok. Nyt tuo diffeomorfismi on selkeä, kiitos.
13:26 » Kertaustehtävien tehtävänumero 14 ja malliratkaisun loppu. Siinä kirjoitetaan, että: f_Y(y)=f_X((h(y))|h`(y)|=e^-A/s(1+exp(-A))^2, koska f_X((h(y))=1. Miksi f_X(h(y))=1?
13:59 » 13:26: funktio h on funktion g käänteisfunktio ja tiedämme, että g: (0,1) -> R joten h: R -> (0,1) (voit myös tarkistaa suoraan h:n lausekkeesta, että h(y) on aina välillä (0,1) riippumatta y:stä). Nyt X on tasajakautunut välillä (0,1), joten f_X(x) = 1 jokaisella x, joka kuuluu välille (0,1). Erityisesti siis f_X(h(y)) = 1. -Petteri (*)
15:35 » Ovatko ensimmäiset laskarit jo tällä viikolla vai onko nyt väliviikko?
17:17 » 15:35: pidämme harjoituksista väliviikon :) Tänään (tai viimeistään huomenna aamulla) laitan uudet tehtävät kurssisivulle ja ne käydään sitten harjoituksissa ensi viikolla -Petteri (*)
11:36 » Kertaustehtävien malliratkaisu teht. 16 a). Miksi lopussa EX/1^3/2=s. Eikö EX ollut tehtävänannon mukaan 0?
14:18 » 11:36: tehtävässä 16 a) lopussa on viivan päällä EX^3 eli E(X^3) ja viivan alla 1^{3/2} = 1. Olimme päätelleet edellä että E(X^3) = s. Eli täsmennän: kun kirjoitan EX^3 niin tarkoitan E(X^3). -Petteri (*)
14:24 » Asia selvä
16:54 » Harjoitustehtävät 7 löytyvät nyt kurssin sivulta. – Petteri (*)
16:59 » Laitoin myös nimimerkin käytön presemossa kuntoon. (*)
17:01 » Jatkossa laitan tänne nimeni "oikeaoppisesti" punaisella. Presemon ruutuun ilmestynee jatkossa ylälaitaan "Tervetuloa" (aloita). Siihen ei tarvitse laittaa kirjoittaa nimimerkkiään ja sininen "Lähetä" jättää sen lisäämättä (jätin nimimerkkini tarkoituksella pois edellisestä painamalla sinistä nappia), mutta "Lähetä nimellä" lisää (mahdollisesti antamasi) nimimerkin perään. – Petteri (*)
19:25 » Luentomoniste 6:ssa sanotaan: "Funktio on konveksi, jos sen kuvaaja jää jokaisen jänteensä alapuolelle." Vähän myöhemmin on otsikko: "Konveksin funktion kuvaaja on tangenttinsa yläpuolella" Ristiriitaista/virhe?
19:26 » Eikun ei mitään, eihän tuossa ole mitään ristiriitaista.
21:07 » 19:26: aivan :) – Petteri (*)
21:07 » Harjoitustehtävä2:sessa pyydetään soveltamaan Tsebysevin epäyhtälöä, jossa tarvitaan itseisarvot. Jos ne itseisarvot sinne pakottaa, niin halutun todennäköisyyden yläraja jää riippumaan toisesta todennäköisyydestä P(x=<2). Vinkkejä?
22:11 » 21:07: hmm... vinkkejä... Mitä todennäköisyydestä _aina_ tiedetään? Voiko tuota mainitsemaasi riippuvuutta jotenkin arvioida? – Petteri (*)
12:50 » Mitä tarkoittaa HT 4:n "lauseesta 6.4. puolet"? Näyttää mielestäni siltä, että pitää todistaa kuitenkin koko lause.
17:30 » Lause 6.4. on "jos ja vain jos" -muotoa. Tehtävässä on todistettava toinen "jos..., niin..." väitteistä.
08:18 » 12:50: aivan kuten 17:30 mainitsee, niin tuosta "puolikkaasta" on kyse :) toinen puolikas jää sitten oman harrastuneisuuden varaan (kovin paljon ei tarvitse lisää ei tarvitse tehdä toiseen suuntaan menoon, esim. miettimällä voiko välissä olevat A => B askeleet korvata A <=> B askeleilla) – Petteri (*)
13:26 » 5b vinkkejä? Miten tuo oikea puoli liittyy Hölderin epäyhtälöön?
14:14 » 13:26: 5b. Oikealla puolella on kaksi odotusarvoa, jotka ovat "tulomuotoa". Mitä Hölderin ey:llä voi sanoa tulon odotusarvosta? Mitkä p ja q kannattaisi valita, jotta oikealle puolelle väitteeseen sopivat termit kerrottuna "yhteisellä tekijällä"? – Petteri (*)
16:13 » Miksi tuossa konveksisssa funktiossa on valittu juuri tuollainen piste, jossa on x kertaa lambda + (lambda - 1) x y?
16:14 » (jälkimmäisen pitäisi siis olla muotoa (1 - lambda) * y, typo
16:19 » ja oliko tehtävässä 4 siis tarkoitus "kiinnittää" lambda ennen kuin sovelletaan tuota konveksisuuden määritelmää?
19:54 » 16:13: tämä kysymys viittaa ilmeisesti määritelmään (Määritelmä 6.1.) Ajatus on, että ey:n vasemmalla puolella tuo g(L x + (1- L) y) on piste funktion g kuvaajalla kohdassa z = L x + (1- L) y

(kun L = lambda). Ey:n oikealla puolella L g(x) + (1-L) g(y) on puolestaan piste pisteiden g(x) ja g(y) kautta kulkevalla jänteellä samalla kohdalla z. – Petteri (*)
19:56 » 16:13: jatkoa. Kun L kulkee koko välin [0,1] poikki, tämä ey kertoo toisin sanoen siis, että kuvaaja on jänteen alapuolella kaikilla välin [x,y] pisteillä. – Petteri (*)
19:58 » 16:19: tehtävässä 4 on siis tarkoitus selvittää lambda, ja soveltaa sitten määritelmää vinkkissä annetuilla x, y ja lambda. Eli jos ymmärsin kysymyksesi oikein, niin on tarkoitus "kiinnittää" ensin. – Petteri (*)
18:12 » No mitäs perskuletta. Päädyin 4 tehtävässä muotoon (g(a)-g(c))/(a-c)<_(g(c)-g(b))/(c-b). Eli oikea puoli oikein mutta vasen puoli kummallinen
18:20 » Onko koetulokset vielä tulossa tänään?
18:34 » Yleistentin tulokset?
20:15 » 18:20: on sille vielä positiivinen tn, mutta ihan varmaksi sitä en uskalla luvata. Kirjaan tuloksia taulukkoon parhaillaan. Laitan siitä heti ilmoitusta kyllä sekä kurssin sivulle että tänne. – Petteri (*)
20:19 » 18:34: yleistentin pisteytys on vielä kesken, joten sen tulokset valmistuu hieman myöhemmin. – Petteri (*)
21:40 » Ei Piiroinen enää tänään! Nyt mene nukkumaan ja katotaan huomenna pisteytykset sitte. Ei kannata piiputtaa meidän tuloksien takia. :)
09:29 » 21:40: :) – Petteri (*)
13:35 » onko vinkkejä ensi viikon kolmostehtävään? Sain tf 2*sqrt((x+(3/2)(x-(1/2))/pi. Mihin suuntaan kannattaa lähteä kun haluaa tunnistaa tämän jakauman?
14:59 » Tunti, herra Piiroinen
15:16 » Kärsimättömille tiedoksi, että eräällä toisella käymälläni kurssilla oli vain noin 20 osallistujaa, mutta niistä tuloksista ei ole kuulunut yhtään mitään.
15:20 » Viime vuonna eräällä kurssilla ensimmäisen välikokeen tulokset saapuivat vasta kun toinen välikoe oli jo järjestetty :/
16:00 » Kyse ei ole siitä milloin tulokset ilmestyvät vaan siitä, että ei kannata luvata aika määrettä johon ei kykene.
16:35 » Musta hauskempaa kuin koetuloksten saanti on seurata tota kotisivun päivittämistä ;)
16:40 » Nyt tulokset taisivat tulla.
16:53 » Nyt ne tosiaankin tulivat.. :) 16:00: olet oikeassa. Ei pitäisi luvata, aina pitäisi jättää mahdollisuus että asiat eivät suju kuin oli alunperin suunnitellut :) – Petteri (*)
17:00 » 13:35: vinkki: säde vai halkaisija? – Petteri (*)
17:12 » Miksi pisteet on pyöristetty?
17:35 » 17:12: tn:llä 1/2 voi yhden pienen 0,5:n pisteen puutteen (esim. yhteenlaskuvirheen 1+1 = -2) saada "anteeksi". Jos "lantti" ei satu kohdalle, niin ei kuitenkaan menetä mitään. – Petteri (*)
21:41 » Järjestetäänkö joskus jonkinlaista kokeenkatsomistilaisuutta?
21:57 » 17:35: Minä kun jo ajattelin, että puolikkaiden pisteiden kohdalla Petteri "heittää lanttia", että pyöristetäänkö ylös- vai alaspäin. Olisi ollut kyllä mielenkiintoinen ja kurssin aiheeseen sopiva käytäntö. :-) Ilmeisesti kuitenkin kaikki puolikkaat on pyöristetty ylöspäin ja Petterin mainitsema 1/2:n tn on joko virheellisillä oletuksilla laskettu tarkka tn tai sitten hämäävästi tarkalta tn:ltä näyttävänä annettu tn:n likiarvo.
22:00 » ... Virheellisilliä oletuksilla tarkoitan siis sitä, ettei ole mitään syytä olettaa, että yhteispistemäärässä olisi puolikas tasan tn:llä 1/2.
10:40 » 22:00: aivan niin :) tarkasti voi puhua vain, jos malli sen sallii :) tuo tn on tässä lähinnä subjektiivinen tn (ja on siten hämäävän tarkka) eikä ole etukäteen syytä olettaa, että se olisi ihan tasan 1/2. Mutta pyöristin siis ylöspäin. – Petteri (*)
10:41 » 22:00: Tosiaankin, jotta tn:stä voisi siis puhua tarkemmin, pitäisi ensin mallintaa, millä tn:llä opiskelija K tekee 0, 1, 2, ... pikkuvirhettä tehtävässä 1, 2, 3, 4 (millainen yhteisjakauma on, onko opiskelijat riippumattomia (toivottavasti!), ...) Sitten tuon voisi muotoilla tarkemmin eli millä tn:llä opiskelija K tekee parittoman määrän pikkuvirheitä kokeessa (ehdolla että tekee pikkuvirheitä). Mainio pieni tehtävä :) – Petteri (*)

10:43 » 21:41: mietin tuota (eli en osaa vielä sanoa suuntaan tai toiseen). Ei mitään isoa tapahtumaa kuitenkaan. – Petteri (*)

15:46 » meneekö yleistentin tulokset ensi viikolle?

16:05 » 15:46: menee. – Petteri (*)

16:36 » 10:43: Eiväthän ne nyt muilla kursseillakaan koskaan taida mitään isoja tapahtumia olla. Usein kai vain joku ennalta ilmoitettu aika, jolloin luennoitsijan työhuoneessa voi käydä koettaan katsomassa. Toivottavasti tällainen jossain vaiheessa järjestyy.

17:31 » Vinkkejä 2. tehtävän integroimisrajojen valintaan niin ettei c jää riippumaan x:stä tai y:stä, mutta x<y pätee?

17:33 » Ei sittenkään mitään. Miksi keksin ratkaisut itse aina vasta, mutta heti kun olen kysynyt asiasta täällä?? terv. 17:31

21:04 » 17:33: Oikkosen Juha aina puhui tuosta, että kun alkaa muotoilla kysymystä, niin silloin ongelma saattaa usein ratketa ilman ulkopuolista apua. Et ole ainoa :)

21:20 » Onko vitostehtävä harvinaisen helppo vai olenko harvinaisen tyhmä?

00:26 » Eivätkö jatkuvat satunnaismuuttujat X ja Y ole riippumattomia täsmälleen silloin, kun yhteistiheysfunktio on nollasta poikkeavaa suorakulmiossa ja lisäksi se voidaan faktoroida?

15:36 » 21:04 ja 17:33: olen samaa mieltä Juhan kanssa: usein kun kysymyksen vain "sanoo ääneen", niin ongelma ratkeaa samalla :) – Petteri. (*)

15:38 » 21:20: on se aika helppo :) – Petteri. (*)

15:51 » Voisiko ratkaisut tulla laskaritehtäviin hiukan aikaisemmin? Tuppaa jäämään kertaamatta edelliset laskarit jos vastaukset tulevat vasta sunnuntaisin tms

17:23 » 00:26: tuo faktorointiominaisuus riittää. Siitä seuraa että se joukko, missä ytf ei ole nolla, että on tulomuotoa A times B, mikä on hieman yleisempi kuin suorakaide. – Petteri. (*)

17:29 » 15:51: ... :-/ unohdin laittaa ne eilen. Laitoin ne juuri kurssin kotisivulle. – Petteri. (*)

17:29 » 15:15: jatkossa ne tulevat ajallaan. – Petteri. (*)

13:44 » Kierroksen 7 mallivastaukset, tehvävä 6: Eikö a:n pitäisi olla myös väh 3, jotta raja-arvo löytyy?

15:48 » 13:44: hyvä kysymys. Tämä liittynee ajatukseen, että jos esim a = 2, niin raja-arvo on "muotoa" ∞ - ∞ koska 6 - 2 = 4 ja 3 - 2 = 1 (eli raja-arvo ei välttämättä ole olemassa). Nyt kuitenkin e^{4t} - 2e^t = e^{4t} (1 - 2e^{-3t}) ja tätä vastaava raja-arvo on "muotoa" ∞ × (1 - 0), mistä voimmekin päätellä, että raja-arvo on ääretön myös kun a = 2. – Petteri. (*)

17:24 » Miten tehtävässä 4 lasketaan odotusarvot, kun X:n yläraja integraalille (odotusarvon laskukaava) on Y, ja Y:n alaraja X?

17:25 » kun odotusarvonhan pitäisi olla joku vakio?

17:35 » Tehtäväthän ratkeaa kuin itsestään, kun niistä kirjoittaa tänne :D t 17:24 ja 17:25

17:09 » Yleistentin tulokset?

20:07 » 17:09: tulee tällä viikolla. – Petteri (*)

10:41 » Voisiko joku vaivautua tekemään ihan uusia tehtäviä tai ainakin ottaa huomioon, että 200 %:n varmuudella osalla opiskelijoista on viime vuoden tehtävien ratkaisut käsissään. Malliratkaisuja on niin vähän tarjolla tällä kurssilla, että itsekin olisin saattanut ennakoida ja tallentaa keväällä viimevuotiset ratkaisut. Viime vuoden ratkaisut voisi laittaa KAIKKIEN nähtäville.

12:31 » Onko tehtävässä neljä X ja Y määritelty kuten 1. tehtävässä, ja U ja V kuten 3. tehtävässä?

15:24 » 10:41: Joskus samoja tehtäviä saatetaan kierrättää, joten ei olisi kovin mielekästä, jos vanhat mallivastaukset näkyisivät edelleen. Tosin olen samaa mieltä kanssasi, että tehtäviä ratkaisuineen saisi olla enemmän tarjolla. Olen huomannut tämän saman epäkohdan melkein kaikilla muillakin kursseilla.

16:55 » Jos viitsii keksiä uusia laskutehtäviä, ei tarvitse kierrättää ja vanhat mallivastaukset helpottaisivat asioiden ymmärtämistä. Edellisen vuoden tehtävät vähintään kannattaa reiluuden nimissä jättää pois nykyisistä tehtävistä.

17:00 » Jotkut kaiketi ymmärtää asiat ilman näitä malliratkaisuja, mutta itselläni numero voi nousta kakkoseta tai kolmosesta neloseen tai vitoseen, jos esimerkkejä on tarpeeksi tarjolla.

18:16 » 12:31: Tehtävässä 4 on painovirhe: Se on jatkoa tehtävään 2 ei tehtävään 1. Korjaan tämän. – Petteri. (*)

18:25 » 10:4, 15:24 sekä 17:00: malliratkaisujen ja esimerkkien vähyydestä olen ihan samaa mieltä ja pahoittelen tätä. Olen aikataulustani näiden suhteen jäljessä, mutta lisään näitä (sekä liitutaulutekstiä) kurssin sivulle niin pian kuin aika antaa myöten. Osa ajastani on valitettavasti varattu muihin töihini, mutta yritän parhaani mukaan toimia nopeasti. – Petteri. (*)

18:32 » 10:41 ja 16:55: Osa mukana olevista tehtävistä sisältää osan kurssin teoriaa ja niitä ei voi kovasti muokata, jotta ne säilyttävät tarkoituksensa. Ne voisi siten hyvin sisällyttää jopa luentoihin (jos aika vain antaisi periksi). Viime vuoden tehtäviä esimerkiksi nyt on mukana (pelkästään) tehtävä 3 ja tämä on keskeinen teoriaa (ja jakaumia) esittelevä tehtävä. – Petteri. (*)

18:46 » jatkoa: Lisään kyllä uusia ja ainakin vanhemmista muokattuja tehtäviä mukaan. Kunhan saan lisättyä esimerkkeja ja malleja kurssin sivulle, niin tilanteen mallien suhteen pitäisi korjautua. Tässä suhteessa en valitettavasti ole pysynyt alunperin suunnittelemassa aikataulussa, mutta yritän lisätä näitä kurssin sivulle piakkoin. – Petteri. (*)

23:22 » Moi

09:33 » Kurssi on hyvin järjestetty ja luennoitsija näkee hemmetisti vaivaa kurssin eteen. Ei se oppiminen niistä ole kuin itsestä kiinni. Netti on materiaalia ja mallivastauksia pullollaan.

10:23 » 09:33: kiitos :) – Petteri. (*)

19:04 » Vinkkejä tehtävään 3, eikös tuo V supistu kokonaan pois ytf:ssä (exponentissa), ja tämän jälkeen integroimalla V:n reunajakaumaksi tulee pelkkä vakio??

19:15 » Ei sinne ilmeisesti ihan pelkkää vakiota sittenkään jäänyt, mutta pakko sanoa ettei kyllä ole Laplacessa kummoista nimikkojakaumaa

21:51 » Miten tuo kuutostehtävän todennäköisyys olisi tarkoitus laskea, kun kyseessä on selvästi toisistaan riippuvat sm:t (x ja x+y)?

14:50 » 19:15: :) sen takia sitä usein nimitetään myös kaksitahoiseksi eksponenttijakaumaksi. – Petteri (*)

14:56 » 21:41: tehtävänannossa on opastus, että kysytyn ehdollisen tn:n laskemiseen tarvitaan tn:ä P(X=x, X+Y=u). Mieti, kuinka voisit kirjoittaa tapahtuman {X=x, X+Y=u} toisessa muodossa, jossa voisit käyttää X:n ja Y:n riippumattomuutta. – Petteri (*)

13:55 » Saan kolmostehtävässä U,V ytf funktion joka riippuu pelkästään Usta: L=lamda, L^2*e^(-Lu)/2*1(u>0, -u<v<u). Oon tarkastanu kaikki vaiheet monta kertaa.. Onko ajatuksia missä voisi mennä pieleen?

13:56 » 13:55 jatkoa. mikä siis johtaa siihen että ainakaan Vn reunajakauma ei kyllä muistuta Laplace jakaumaa lainkaan.

14:34 » 13:55: Itse sain aivan saman ytf:n kuin sinä. Laskin V:n reunajakauman kahdessa osassa: Kun v < 0, integrointirajat -v ja ∞. Kun v ≥ 0, integrointirajat v ja ∞.

15:12 » 13:55: kuten 14:34 jo valaisikin, niin ytf riippuu myös v:stä mutta alueen kautta, mitä tuo indikaattorifunktio edustaa. Ja noin indikaattorin avulla merkittynä se riippuvuus v:stä näkyy tuossa ytf:ssä suoraan :) – Petteri (*)

15:13 » Jatkoa: ja kuten 14:34 oli tehnyt, niin tuon integroinnin voi tehdä kahdessa palassa tai sitten indikaattorissa olevat kaksi ey:tä v:lle voi muotoilla itseisarvon avulla yhtenä ey:nä. – Petteri (*)

15:16 » Tämä tehtävä myös hieman selittää, miksi pidän niin kovin noista indikaattorifunktioista :) Ne tuovat kaikki piiloon jäävätkin riippuvuudet näkösälle. – Petteri (*)

15:55 » Kiitoksia muuten siitä, että täydet lisäpisteet (7p.) saa tekemällä 80 % tehtävistä. Mielestäni tämä on juuri sopiva kynnys, koska jokin 90-95 % olisi liikaa (sairastumia tms. esteitä tulee varmasti monille, kuten myös itselleni).

15:55 » 15:55: *sairastumisia

16:05 » Kiitokset avusta. Turun kyselemään lisää jos ei aukee t. 13:55

17:17 » 15:55: 90% (saati 95%) olisikin ehdottamasti liikaa. – Petteri (*)

17:18 » 16:05: (tai 13:55) mainiota :) ja täältä minut tavoittaa. – Petteri (*)

19:21 » Kuullostaa omistuiselta että korrelaatioKERROIN vois olla matriisi? Viittaan kaavaan p=Cov(U,V)/sqrt(Var(U)Var(V)). Tässä Cov(U,V) on nimenomaan matriisi jota kerrotaan jollain vakiolla.
21:15 » ylleis tentin tuloksii oisko jo
21:18 » 19:21: tuo vaikuttaisi painovirheeltä, mutta en nyt nopeasti sitä löytänyt. Mistähän tuo kaava löytyi? Löysin vain oikein kirjoitettuja cov(X,Y) muotoja... – Petteri. (*)
21:23 » 21:15: pisteet olen nyt saanut laskettua ja teen taulukointia niistä parhaillaan. Laitan tiedot laitoksen Koetulokset/Exam results -sivulle viimeistään lauantai-aamulla. Kansliaan tiedot ennättää vasta maanantaille. Pahoittelen, että erikoiskokeen kanssa on kestänyt näin kauan. – Petteri. (*)
21:24 » 21:15: laitan tiedon ja linkin myös kurssin kotisivulle heti kun olen laittanut tulokset tuonne Koetulokset -sivulle. Joko siis tänään illalla tai viimeistään huomenna aamulla. – Petteri. (*)
14:31 » jes, yleistentti oli omalta osalta mennyt ihan mukavasti. kiitos vielä luennoitsijalle: yleistenttiinkin lukiessa kurssisivusta ja presemosta oli paljon apua ja mielestäni kurssi on mennyt huomattavasti parempaan suuntaan viime vuodesta. asiat on esitetty havainnollisemmin ja luennoitsijaa oli helpompi lähestyä ongelmatilanteissa :)
15:13 » 14:31: mukava kuulla :) – Petteri. (*)
19:17 » Hei, onko korvaavan kurssikokeen ajankohdasta vielä tietoa?
11:58 » 19:17: viittaat varmaankin joulukuun 18. päivän 2. kurssikokeen korvaavaan kurssikokeeseen. Tämä on vielä mietinnän ja selvittelyn alla (mahdollisuuksia on muutamia). – Petteri. (*)
13:48 » Monisteen lause 9.1 f: päteekö sama myös toisin päin eli cov(v + AX) = Atcov(X)A? Vai miten?
13:52 » Täytyyhän sen pāteä, koska v + AX = AX + v
13:58 » Siis cov(v + AX) = Acov(X)At, eikö niin?
16:41 » 13:48: Kuten 13:52 mainitsi v + AX = AX +v, sillä vektorien yhteenlasku on vaihdannainen. Ja aivan kuten 13:58 mainitsi, tästä voimme päätellä, että Cov(v + AX) = Cov(AX + v) = A Cov(X) A^T. – Petteri. (*)
16:46 » jatkoa: kaiken lisäksi A^T Cov(X) A ei välttämättä ole edes määritelty. Mieti tilannetta, jossa esim. X on 2-ulotteinen sv ja A on 3×2 matriisi. Tällöin Cov(X) on 2×2 matriisi ja Cov(AX) on 3×3 matriisi. Tämä on hyvin yhteensopiva tulon A Cov(X) A^T kanssa (mieti tulon tekijöiden dimensiot), mutta matriisituloa A^T Cov(X) A ei ole edes määritelty (mieti myös tässä tulon tekijöiden dimensiot). – Petteri. (*)
17:29 » Mä en kyllä saa millään tuosta tehtävän 3 determinantista puolta, vaikka esimerkissä 7.6. näin on saatu.
17:30 » jatkoa: siitä tulee 1/2*uv - 1/2
17:30 » ja sama matriisi kaiketi on kyseessä
18:20 » 17:30: Tuossa tehtävässä kaikki osittaisderivaatat ovat vakioita. Koska X = ½U + ½V, niin ∂x/∂u = ½ (eikä siis esimerkiksi ½+½v).
18:34 » 18:20 jatkaa: Tuo ∂x/∂u = ½ on siis vain yksi Jacobin matriisin alkioista, jonka arvo sattuu tässä tapauksessa olemaan sama kuin |J(u,v)|.
18:48 » Tehtävässä 2 tarkoitetaan varmastikin monisteen lausetta 8.2 eikä 8.3?
20:49 » 18:48: varmastikin... :) kiitos paljon tuon huomaamiseta. Tehtävässä 2. pitäis juurikin puhua lauseesta 8.2. (eikä lauseesta 8.3. kuten siinä virheellisesti vielä on). Korjaan virheen. Kiitos :) – Petteri. (*)
20:56 » Virhe korjattu. Kiitos vielä kerran 18:48 sen huomaamisesta. :) – Petteri. (*)
21:19 » 17:30: aivan kuten 18:20 jo kertoikin, niin tuo deteminantti tehtävässä 3 (aivan kuten esimerkissä 7.6) koostuu vain vakioista. Koska x = ½(u+v) ja y = ½(u-v), niin ∂x/∂u = ∂x/∂v = ∂y/∂u = ½ ja ∂y/∂v = -½. Siten kysytty Jacobiaani J = ½ × (-½) - ½ × ½ = -1/4 - 1/4 = -½. Koska otamme sitten vielä itseisarvot, niin |J| = ½ kuten esimerkissä 7.6. – Petteri. (*)
21:34 » Jatkoa: Noiden osittaisderivaattojen laskemisessa tarvitsee vain muistaa, että toiset muuttujat ovat derivoinnin ajan vain vakioita joten esim. ∂x/∂v = ∂/∂v (½(u-v)) = ½ × ∂/∂v (u-v) = ½ × (∂/∂v(u) - ∂/∂v(v)) = ½ × (0 - 1) = -½. – Petteri. (*)

21:34 » Ja vielä yksi esimerkki osittaisderivoinnista: ∂/∂v (e^{u+1} + u^2 v^2) = ∂/∂v (e^{u+1}) + u^2 ∂/∂v(v^2) = 0 + 2 u^2 v = 2 u^2 v. – Petteri. (*)

11:07 » Ah niin tietysti, vakio häviää pois! Kiitos!

20:28 » Apua LH9T2 tökkii pahasti :(Miten vektorien (U,V) tiheysfunktio tulisi päätellä Jacobiaanin avulla? T: kärryiltä pudonnut

09:07 » 20:28: käytän tässä muistisääntömuotoa f_{X,Y}(x,y) |∂(x,y)| = f_{U,V}(u,v) |∂(u,v)| apuna, kun (u,v) = A × (x,y) ja A on se a)-kohdan matriisi. Tehtävänannosta tiedämme, että f_{X,Y}(x,y) = 1{ (x,y) on yksikköneliössä }, joten f_{U,V}(u,v) = |∂(x,y)/∂(u,v)| × 1{ (x,y) on yksikköneliössä }. Tuo 1{...} tarkoittaa siis sitä indikaattorifunktiota ja ∂(x,y)/∂(u,v) on siis se jacobiaani J_h(u,v). – Petteri. (*)

09:09 » jatkoa: Olet varmaankin jo selvittänyt suunnikkaan, mihin yksikköneliö kuvautuu (sanotaan tätä vaikka joukoksi E). Tällöin { (x,y) on yksikköneliössä } = { (u,v) suunnikkaassa E }. Edelleen (x,y) = A^{-1} × (u,v) ja tästä saamme laskettua jacobiaanin ja sen itseisarvon | J_h(u,v) |. Tuo A^{-1} tarkoittaa A:n käänteismatriisia. – Petteri. (*)

09:12 » Lisävihje: tässä tehtävässä Jacobin matriisi (eli se minkä determinantti on jacobiaani) on jokin alla antamissani neuvoissa esiintyvä matriisi. – Petteri. (*)

15:10 » Kiitoksia :) Jonkinlaiseen muotoon sain tehtyä vaikkei ehkä siisteimmällä tavalla

15:25 » Esimerkissä 7.6. tarkastelu oli rajattu 1. neljännekselle. Miten eksponenttijakautuneen ytf:n kanssa tulisi toimia? Mistä tietää, mille neljännekselle(/-sille) tarkastelu rajoitetaan?

22:12 » 15:25: eksponenttijakautunut sm:n tiheysfunktio f on aiodsti positiivinen, vain kun x ≥ 0. Koska X ja Y ovat riippumattomia, niin f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_Y(y). Tämä tulo > 0, vain jos f_X(x) > 0 sekä f_Y(y) > 0. Siispä f_{X,Y} (x,y) > 0 vain jos x ≥ 0 ja y ≥ 0. – Petteri. (*)

22:25 » "eksponenttijakautunut sm:n tiheysfunktio f on aiodsti positiivinen, vain kun x ≥ 0" En ihan ymmärtänyt tätä kohtaa. Jos esimerkiksi X~Exp(1), niin f_X(x) = e^(-x), joka on aina positiivinen (eli myös kun x < 0).

22:30 » Tai siis eikö ongelmana ole se, että määrätty integraali koko reaaliakselin yli ei suppene, minkä takia joudutaan rajoittumaan pienemmälle välille (tai kahden muuttujan tapauksessa pienemmälle alueelle kuin koko tasolle).

23:27 » 22:25: jos katsot luvun 5.3.3 määritelmää eksponenttijakaumalle, että f_X(x) = λ exp(-λ x), kun x > 0. Tämä on ehkä vähän epätarkasti sanottu mutta luvussa 2 sivulla 30 tämä on selitetty tarkasti, että f_X(x) = 0 kun x ≤ 0. (muistin itse kohdan 0 siis "väärin"). – Petteri. (*)

23:29 » 22:30: ongelmana on jo reaaliarvoiselle se, että tiheysfunktion täytyy integroitua ykköseksi ja e^{-λ x}:n integraali yli koko R:n on ääretön, joten sitä ei voi millään vakiolla "normeerata" tiheysfunktioksi. – Petteri. (*)

23:30 » jatkoa: ja tämän takia tuo eksponenttijakauma sisältää osana _määritelmää_ tuon, että se on positiivinen vain positiivisilla reaaliluvuilla ja nolla negatiivisilla. – Petteri. (*)

23:36 » jatkoa: soveltamalla käyttämääsi esimerkkiä X ~Exp(1), niin f_X(x) = e^(-x) 1{x > 0}, mikä on nolla kun x < 0 vaikka e^{-x} > 0 kaikilla x. – Petteri. (*)

09:01 » Kiitos! Kysyessäni pohdin samaa kuin 22.25. Mutta toisaalta, tiheysfunktiot ovat tupanneet olemaan määriteltyjä tällä kurssilla, kun x>0. Sen ois voinut ehkä hiffata, mutta nyt se on joka tapauksessa selvä juttu.

10:16 » 09:01: ovat tupanneet olemaan kyllä. Jatkuvista jakaumista poikkeuksina lähinnä tasajakauma, beetajakauma, normaalijakauma sekä Studentin t-jakauma. – Petteri. (*)

10:32 » Tuleeko kierroksen 10 tehtävissä 4&5 käsille raskaita rationaalipolynomi-integraaleja?

12:06 » 10:32: Tehtävässä 4 ei, ellei sitten näennäisesti, koska osoittajapolynomin pitäisi olla jaollinen nimittäjäpolynomilla. Tehtävässä 5 c) kohdassa periaatteessa, mutta valitsemalla integrointijärjestys sopivasti ei. – Petteri. (*)

12:12 » jatkoa: tarkoitin siis, että tehtävässä 4 ei lainkaan tarvi integroida raskaita rationaalifunktioita. Mutta lausekkeet, mitä kohdassa c) saa ovat näennäisesti rationaalifunktioita. Tehtävässä 5 näitä joutuisi sitten mahdollisesti integroimaan, ellei niitä supista polynomimuotoon jo tehtävässä 4. – Petteri. (*)

12:49 » Pitäisikö tuon nelostehtävän varianssin supistua kivasti? Tulihan tuo ehdollinen jakauma Y:n "päätepisteistä" ja tasajakauman tiheysfunktion kaavasta?
12:51 » Vai pitäisikö X:n jakauma ottaa huomioon siinä jotenkin muutenkin, kuin että siitä saa alueen indikaatorifunktioon?
15:07 » 12:49: lyhyt vastaus ensimmäiseen kysymykseen. Pitäisi supistua :) ja melkoinen vihje perään: tiedän sen, sillä nämä on laskettu luennoissa jo luvussa 5. Eli tehtävässä ei ole pakko ajatella polynomeja, rationaalifunktioita jne. :) – Petteri. (*)
15:09 » 12:49: toinen kysymys: lyhyt vastaus: tässä tapauksessa kyllä. Ja hieman pitemmin. Ehdollinen tiheyshän määriteltiin f_{Y|X}(y | x) = 1{f_X(x) > 0} × f_{X,Y}(x,y) / f_X(x), mutta tämä sievenee tässä tehtävässä aika paljon. – Petteri. (*)
14:39 » Onko tuo ykköstehtävän Cov(Y) varmasti oikein? Saan alkioiksi 148, 14, 14 ja 13. Eikö kyseessä kuitenkin ole vain tavallinen matriisien kertolasku?
19:41 » 1b kohdassa saan EU^2+2E(UV)+EV^2. missä U=g(x,y)-m(x) ja V=m(x)-h(x). Nyt pitäisi osoittaa että toi E(UV) on nolla sen perusteella että U ja V on korreloimattomat? Apua
20:47 » Ratkesi t. 19:41
20:29 » 14:39: hyvä kun huomautit. Siihen on tullut laskuvirhe. Saan itse samat arvot kuin mitä sinä. Korjaan tuon virheen. Kiitos :) – Petteri. (*)
20:32 » 20:47: eli 19:41. Hyvä :) – Petteri. (*)
09:35 » Mulle tuottaa hankaluuksia indikaattorifunktioiden "yhdistäminen". Eli kun esimerkiksi jaetaan tai kerrotaan kahta ytf (esim. ehdollinen tn) niin millä tavoin nämä indikaattorifunktiot sitten yhdistetän yhdeksi indikaattorifunktioksi? Ongelmana siis lähinnä ytf:n kannan selvittäminen. Voidaanko kerrata luennolla tai sitten tänne saa laittaa kommenttia tai sivunumeroita joita kannattaisi kerrata tai mitä vaan mikä voisi auttaa.
14:08 » 09:35. Tämä on hyvä huomautus ja koskettaa varmastikin useita muitakin. Laitan (tosin en vielä tänään, mutta huomenna luultavasti) kurssisivulle esimerkkilaskuja selityksineen indikaattorifunktioilla "pelaamisesta" ja laitan muutakin lisää sitten tarpeen mukaan :) – Petteri. (*)
14:46 » 1a vinkkejä?
17:13 » 14:08: Kiitos jo etukäteen :)
17:33 » voiko tehtävässä 4 a käyttää ketjusääntöä?
19:53 » 14:46: 1a)... no, ensin tarvitaan korreloimattomuuden määritelmä (joka tarkoittaa oikeastaan, että) E(WZ) - EW EZ = 0. Ja tässä tapauksessa molemmat termit ovat nollia. – Petteri. (*)
19:54 » 17:33: voi :) – Petteri. (*)
21:05 » onko korvaavan kurssikokeen ajankohtaa päätetty?
11:29 » 1a en vaan saa tuosta E(Wz) laskettua ja nollaksi
11:36 » Ei siinä ole mitään vakioita joita saisi ulos
15:19 » 11:36: kokeile laskea E(WZ) iteroituna odotusarvona E E(WZ | X). Eli: yritä ensin laskea E(WZ | X = x). Luentojen sivun 111 kaava (8.7) antaa mahdollisuuden "viskata" ulos jotain tästä ehdollisesta odotusarvosta. Mitä voit sitten päätellä ehd. odotusarvosta E(WZ | X) ja sitä kautta odotusarvosta E(WZ)? – Petteri. (*)
20:21 » kysytäänkö 4 c kohdassa ehdollista odotusarvoa vai regressiofunktiota?
20:51 » 20:21: kohdassa 4c kysytään Y:n ehdollista odotusarvoa, ehdolla että X = x. Toisin sanoen, tehtävässä kysytään regressiofunktion arvoa kohdassa x, eli arvoa m(x). – Petteri. (*)
13:30 » Mitä nuo summat tarkoittaa ensi vkon tehtävässä 3?
13:50 » Tehtävä 4: Tuossahan tulee useampi vaihtoehto A:lle, koska matriisitulosta tulee toista potenssia?
16:17 » 13:30: nuo "summat" ovat kreikkalaisia isoja "sigma" kirjaimia (eli iso S). Näitä käytetään kirjallisuudessa ja artikkeleissa usein kovarianssimatriisien niminä, joten ajattelin, että on hyvä nähdä tuokin merkintä, ettei se yllätä tulevaisuudessa. Yhtähyvin ne voi korvata vaikka kirjaimella A. Tällöin tehtävänanto olisi "..., joille Cov(X) = A_X, Cov(Y) = A_Y ja cov(X,Y) = A_{XY}. ..." – Petteri. (*)

16:23 » 13:50: vaihtoehtoja A:ksi on tasan neljä. Jos vaatisimme lisäksi, että diagonaalille tulevat a_{11} ja a_{22} ovat positiivisia, olisi hajotelma yksikäsitteinen. Tehtävässä voit valita minkä tahansa vaihtoehdoista, koska "Etsi A jolle AA^T = C..." :) – Petteri. (*)

16:48 » 13:30: jatkoa. Myös luvussa 10 käytämme noita sigmoja kovarianssimatriiseina eli olemme tulevaisuudessa jo ensi viikolla :) – Petteri. (*)

17:00 » Ja pian sekin on jo historiaa :(

17:19 » Vinkkejä 5b:hen? Saako noiden yhteisjakaumia johdettua jotenkin?

18:21 » 17:19: laitoin luvun 10 kalvot kurssin sivulle äskettäin. Tuon 5b:n johtamisessa ihan perusperiaatteista onkin hieman puuhaa (ei hankalaa tosin). Mutta tehtävä helpottuu käyttämällä kalvoista sivulta 25 löytyvää lausetta (luentomonisteen lause 10.6 sivulla 140). – Petteri. (*)

18:21 » 17:00: niinhän se on :(– Petteri. (*)

18:32 » Mitä tuo lauseessa 10.6 esiintyvä esim sigma(xy)^-1 tarkoittaa?

18:33 » eikun sigma(xx)^-1 siis

18:57 » Ilmeisesti käänteismatriisi. Mystinen tehtävä kyllä..

19:06 » Pitääkö tuota kaavaa 10.6 siis soveltaa niin, että ehtona on kaksiulotteinen satunnaisvektori?

19:38 » Tuossahan tulee ongelmaksi, että myy W:llä ja myy X:llä X=(A,L) on eri dimensiot, jolloin kaavaan jää matriisilaskujen jälkeen odotusarvoksi reaaliluku miinus kaksiulotteinen vektori :(

19:39 » siis plus eikä miinus

19:41 » eikun ei jääkkään.. JEEE. Hätäilin vain taas

21:39 » 18:57: käänteismatriisista on kyse :) – Petteri. (*)

21:44 » 19:41: hienoa että selvisi :) mutta matriisien ja vektorien kanssa kannattaa tosiaan aina miettiä dimensiot läpi ja varmistaa, että ne ovat yhteensopivat. – Petteri. (*)

16:52 » Tehtävä 6c) (ja d) Y|X:n varianssihan on kaksiulotteinen vektori(?). Luentokalvojen lauseen mukaan multinormaalin jakauman tiheysfunktion varianssin pitää olla symmetrinen, positiivisesti definiitti matriisi, jonka determinanttikin täytyisi osata laskea. Miten tuosta varianssivektorista pitäisi nyt sitten tehdä neliömatriisi, ja millä perusteella?

16:53 » JATKOA: Ja jos sen pitäisi olla alunperinkin neliömatriisi, niin miten ihmeessä sellainen syntyy derivoimalla kahden muuttujan (t1 ja t2) kumulanttiemäfunktiota?? Muutenkin "aika" työläs tehtävä.

18:47 » Cov(Z)=Cov(X,Y)=E(XYT)-E(X)E(Y)T, miten tästä voi tulla 3x3 matriisi en ymmärrä? Kyseessä tehtävä 1 ja T tarkoittaa transpoosia.

18:49 » 18:47: Jatkoa, Käsitän siis että X on 1x1 matriisi ja täten YT pitäisi olla 1x2 matriisi, kertolaskun XYT tulokseksi pitäisi tulla siis 1x2 matriisi?

19:09 » Cov(Z) ei ole Cov(X,Y), vaan Cov(Z,Z). Katso luentokalvoilta kohdasta "satunnaisvektorin kovarianssimatriisi"

19:09 » Ahaa kiitos

19:28 » Vaaditaanko tentissä indikaattorifunktioiden käyttöä tuossa laajuudessa kuin noissa esimerkeissä? Riittäisikö siis esimerkiksi seuraava täysiin pisteisiin, vaikka indikaattorifunktioita ei käytetä? f_Y(y) = ∫ (y ≤ x ≤ 1) 2 dx = 2 - 2y, kun 0 < y < 1 (+ kuva ko. kolmiosta)

14:01 » Miten viikon 11 tehtävässä 1 kannattaa edetä? Kun on muodostanut Cov(Z):n määritelmän mukaan, niin miten saa selville esimerkiksi var(X) tai var(Y_1) josta sais jotain tietoa irti?

15:58 » 14:01 Tehtävä 1: mikä matriiseista täyttää kovarianssimatriisin vaatimukset? Jos tarkoitit tehtävää 2, niin katso luentokalvoista kohta "satunnaisvektorin kovarianssimatriisi", ja tutki minkälaisia komponentteja se sisältää.

17:04 » 15:58 kiitos vinkistä tehtävä ykköseen :) Oli niin putkiaivo moodi näin sunnuntaina niin ei tullu mieleen määritelmää tutkia. Koitin vaan tehtävänannon tiedoilla miettiä, miten saan lasketuksi eri arvot kovarianssimatriisista

20:14 » 16:52 ja 16:53: ei ole pakko derivoida. Riittää tunnistaa minkä satunnaisvektorin jakauman momenttiemäfunktiosta M_{Y | X}:stä on kyse. Tällöin tiheysfunktion saa suoraan, mutta derivoimallakin voisi edetä, selitän tuon kohta. Mutta olet oikeassa, tehtävä voi olla aika "työläs". – Petteri. (*)

20:29 » 18:49: kuten 19:09 kertoikin, Cov(Z) = cov(Z,Z). Tehtävä 1 on oikeastaan "teoriakysymys" ja siinä pitäisi ainakin poissulkea ne matriisit, jotka eivät _voi olla_ kovarianssimatriiseja. Kannattaa katsoa luentomonisteen Lausetta 9.2. tai luvun 9 kalvojen lausetta sivulla 22. – Petteri. (*)
20:32 » 19:28: ei tietystikään vaadita, harva niitä niin paljon "viljelee". Tärkeintä on että itse tietää mitä tekee ja muutkin pystyvät ratkaisun ymmärtämään :) Esimerkkisi vaikutti erittäin riittävältä :) – Petteri. (*)
20:58 » 14:01: tehtävään 1 antoikin 15:58 jo hyvän vinkin ja hieman jatkoin vinkkiä 20:29. Tehtävään 2 antoi 15:58 myöskin mainion vinkin :) eli kalvon "satunnaisvektorin kovarianssimatriisi"ja edellisen kalvon "kahden satunnaisvektorin kovarianssin" avulla voit muodostaa a), b), c) ja d):n kysytyt (ko)varianssi(matriisi)t sekä Cov(Z):n pelkästään (1-ulotteisten) satunnaismuuttujien kovarianssien avulla. Sitten vaan "luetaan" Cov(Z):sta tarvittavat arvot paikoilleen... e):ssä joutuu vähän laskemaankin. – Petteri. (*)
21:18 » 16:52 ja 16:53: käytämme satunnaisvektorin "varianssista" nimitystä _kovarianssimatriisi_, joka on aina symmetrinen ja positiivisesti semidefiniitti neliömatriisi. Tehtävässä 6 Y:n ehdollinen jakauma ehdolla (X = x) on jonkin 2-ulotteisen sv:n W jakauma. Tämän sv:n W = (W_1, W_2) kovarianssimatriisi C = (C_{ij})_{i,j = 1,2} on siten 2 × 2 -matriisi, jonka päälävistäjällä on komponentteina C_{11} = Var (W_1) ja C_{22} = Var (W_2) ja komponentti C_{12} = C_{22} = cov(W_1, W_2). – Petteri. (*)
21:19 » jatkoa: Esimerkiksi C_{11} on siten E(W_1^2) - (EW_1)^2. Nämä saadaan derivoimalla momenttiemäfunktiosta M seuraavasti: E(W_1^2) = D_1^2 M(0,0) ja E(W_1) = D_1 M(0,0), missä D_1 tarkoittaa osittaisderivaattaa ∂/∂_{t_1}. – Petteri. (*)
21:21 » jatkoa: Edelleen C_{12} on siten E(W_1W_2) - (EW_1)(EW_2). Odotusarvo E(W_1W_2) saadaan derivoimalla momenttiemäfunktiosta M seuraavasti: E(W_1W_2) = D_1D_2 M(0,0) missä D_1 tarkoittaa osittaisderivaattaa ∂/∂_{t_1} ja D_2 osittaisderivaattaa ∂/∂_{t_2} – Petteri. (*)
00:04 » 21:19 Eikös varianssit saa nimenomaan kumulanttiemäfunktiosta (jonka derivointikin on paljon mukavampaa, kun ainakin itse sain momenttiemäfunktioksi exponenttifunktion, jonka exponentissa on paljon vaikka mitä)? Ja odotusarvonkin saa käsittääkseni kumulanttiemäfunktion ensimmäisestä derivaatasta?
00:11 » Jatkoa: Mutta ideana on derivoida kovarianssimatriisin kaikki komponentit erikseen? Eli siis W1:sen varianssi (joka on reaaliluku?) saadaan derivoimalla kaksikertaa t1:sen suhteen, vastaavasti W2:sen derivoimalla t2:sen suhteen, ja kovarianssi derivoimalla kerran t1:sen ja kerran t2:sen suhteen?
09:45 » 00:04 ja 00:11: kyllä :) normaalijakauman tapauksessa kumulanttiemäfunktio on huomattavasti simppelimpi käsiteltävä. Tämä on luentomonisteen sivun 130 lauseen 9.5. sisältö :) Eli odotusarvovektori saadaan laskemalla gradientiti kumulanttiemäfunktiosta (ja katsomalla sen arvo 0-vektorin kohdalla) ja kovarianssimatriisi saadaam laskemalla Hessen matriisi (ja katsomalla arvo 0-vektorin kohdalla). – Petteri. (*)
09:46 » jatkoa: Eli juuri kuten sanoit kohdassa 00:11. niin tässä tapauksessa D_1^2 K(0,0) = Var (W_1) ja D_1D_2 K(0,0) = cov(W_1,W_2) kun K on kumulanttiemäfunktio eli K(t) = ln M(t) ja t = (t_1,t_2). – Petteri. (*)
12:54 » Miten saan 5b selville f_(W,A,L)?
13:47 » Onko harjoituksen 10 tehtävän 6 b ehdollinen yhteistiheysfunktio kirjattu oikein? Eikö osoittajasta puutu yksi y? -HP
13:51 » 12:54: tehtävän 5b ytf:n f_{W,A,L} saa luentomonisteen sivun 135 lauseesta 10.3. (kalvot sivu 14). Tällöin joutuu "kääntämään" 3 × 3 -matriisin ja täydentämään neliöksi. Mutta ehdollisen tiheyden f_{W | A = a,L =l } saa hieman vaivattomammin myös kalvoista sivulta 25 löytyvällä lauseella (luentomonisteen lause 10.6 sivulla 140). – Petteri. (*)
13:55 » 13:37: kiitos tarkkaavaisuudesta :) Siitä on tosiaankin y tippunut pois. Korjaan sen. – Petteri. (*)
14:55 » Tehtävässä 5 puhutaan kolmiulotteisesta normaalijakaumasta, liittyykö tämä n-ulotteiseen stnd-norm jakaumaan tai multinormaali jakaumaan.

14:56 » 14.55 selvisikin jo
15:00 » 14:56: hyvä :) samasta asiasta puhutaan eri nimillä (mutta standardinormaalijakauma ei 5:ssa siis ole kyseessä). – Petteri. (*)
00:12 » Milloinkohan korvaavan kurssikokeen ajankohta selviää?
17:29 » Mille kursseille kannattaa osallistua, jos haluaa jatkaa todennäköisyyslaskennan opiskelua? Kurssia Todennäköisyyslaskenta III ei kai ole.
15:01 » 00:12: ainakin tammikuun 28.1. voin sen yleisenä tenttipäivän erilliskokeen yhteydessä järjestää. Tuolloin voi sitten suorittaa sekä koko kurssin että vain loppuosan. Kummassakin tapauksessa laskaripisteet huomioidaan :) Kuitenkin aikaisintaan tammikuun puolessa välissä voisin korvaavan kurssikokeen järjestää, jos tuo kuullostaa kovin myöhäiseltä. Laitan tästä lisää kurssisivulle piakkoin. – Petteri. (*)
15:10 » H11 T5: Miksi ikä oletetaan normaalijakautukeeksi, kun se sitä väestön rakenne pyramidien perusteella selkeästi ole?
15:11 » H11 T5: Mistä apua a)-kohtaan?
15:16 » 17:29: Kurssia todennäköisyyslaskenta III ei varsinaisesti ole. Mutta Todennäköisyysteoria I ja Todennäköisyysteoria II (ent. Todennäköisyysteoria) ovat mainio jatke. Yleensäkin Stokastiikan linjan kurssit (esim. Stokastiset prosessit, jne.) sopivat hyvin jatkoon. – Petteri. (*)
15:18 » 15:10: Hyvä kysymys :) Asioiden helpottamisen vuoksi :) Tarkka malli voi olla joko a) raskas esittää lyhyesti tai b) hankalampi käsitellä. – Petteri. (*)
15:24 » 15:11: kohta a). Tuossa kysytään multinormaalijakautuneen s.v:n (W,A,L) reunajakaumaa pituudelle L. Tästä on luvun 10 kalvoissa sivuilla 12 ja 13, kun ajattelet, että X = (W,A,L) ja Y = L. – Petteri. (*)
21:22 » H12 t2: tulipa siitä sekamelskasta lopulta kaunis tulos
22:54 » Eikös ennen ollut johdatus todennäköisyyslaskentaan ja tämän lisäksi todari 1 ja 2? Minne katosi kolmas todarin kurssi kun nykyään johdatus todennäköisyyslaskentaan on todari 1
23:13 » 22:54: en ole tästä aivan varma, mutta todennäköisyysteoria (joka siis nykyään on jaettu osiin 1 ja 2) vastaa (ainakin osin käsittääkseni) sisällöltään tuota vanhaa kurssia. – Petteri. (*)
14:30 » Halutaanko ykköstehtävässä että muodostetaan uskottavuusfunktio satunnaismuuttujalle Y vai satunnaismuuttujalle Yi? Sama kysymys myös b-kohtaan, halutaanko SUE yksittäiselle Yi vaisatunnaisvektorille Y?
14:46 » 14:30: ohhoh... ja taas oli painovirhe päässyt taas lipsahtamaan. Tarkoitus oli kirjoittaa y = (y_1, ..., y_n) eikä y_i. Korjaan tämän, mutta jos olit tehnyt sen vain käyttämällä y_i:tä, niin sekin on ok, sillä se vastasi silloista tehtävänantoa. – Petteri. (*)
13:04 » Hei! En ymmärrä H11 T2e mallivastausta: miten lauseen 9.1 b- kohdasta saadaan var(Y2 -2X+5) vastaus, jossa käytetään koko Cov(Z), jossa on siis mukana myös Y1, jota varianssissa ei kysytä? -HP
13:33 » 13:04: tuossa mallivastauksessa on ajatuksena se, että BZ = Y_2 - 2X. Välivaiheitten kanssa B = (-2,0,1)^T ja Z = (X, Y_1, Y_2), joten BZ = -2×X + 0×Y_1 + 1×Y_2 = -2X + Y_2 = Y_2 - 2X. – Petteri. (*)
13:38 » jatkoa: mutta toinen tapa olisi käyttää d)-kohdan Cov(U):ta ja käyttää muunnosta Y_2 - 2X_1 = (1, -2)^T U. – Petteri. (*)
13:51 » Eikö tuon kohdan voi laskea myös seuraavasti: var(Y_2 - 2X + 5) = var(Y_2 - 2X) = var(Y_2) + 4var(X) - 4cov(Y_2, X) = 19 + 4 * 4 - 4 * 2 = 17
13:52 » * Lopullinen vastaus tietysti siis 27 eikä 17
14:55 » H11 tehtävä yksi: Perustelin matriisin C_3 kelpaamattomuuden kovarianssimatriisiksi hieman eri tavalla kuin malleissa. Muodostin aluksi sv:n (X, Y_1) kovarianssimatriisin, jonka alkiot ovat siis 3, 4, 4 ja 5. Sitten näytin, että tällä matriisilla on negatiivinen ominaisarvo. (Näin vältyin 3. asteen yhtälön ratkaisemiselta.) Onko tällainen päättely pätevä?
19:18 » H12T1B miten olisi tarkoitus löytää suurimman uskottavuuden estimaatti kun logaritmin sisällä on n*lambda*x :<<
19:37 » Onko niin, että arvosanan 5 raja on tälläkin kurssilla (noin) 90 % kurssikokeiden maksimipistemäärien summasta (eli suunnilleen 44p) ja muiden arvosanojen rajat laskevat tästä

melko tasaisesti aina läpipääsyn rajaan (eli kurssisivun mukaan noin 22 pisteeseen) saakka? Tai meneekö edes suunnilleen näin?
19:51 » Laitoin jo palautetta kurssisivulla olevan linkin kautta, mutta totean vielä täälläkin lyhyesti, että kurssi oli mielestäni hyvin järjestetty. Lisäksi yhteydenpito luennoitsijan ja opiskelijoiden välillä toimi mielestäni loistavasti. Olisiko muuten mahdollista saada tietää oma lisäpisteiden määrä vielä ennen toista kurssikoetta?
20:53 » Kannattaako tenttiä varten kerrata kaksoisintegraalin laskeminen napakoordinaateissa? Muutenkin kiinnostaisi tietää, onko syytä varautua "haastaviin" integraaleihin.
21:05 » Mitkä asiat kannattaa erityisesti palauttaa mieleen kurssin ensimmäisestä osasta?
10:40 » 13:52: kyllä voi :) – Petteri. (*)
10:41 » 14:55: on pätevä. Ja samaa ajatusta ajoin itsekin takaa. – Petteri. (*)
10:43 » 19:37: suunnilleen tähän tapaan. Tarkkoja arvosanarajoja en ole vielä päättänyt. Ja laskuharjoituspisteet lisätään suoraan. – Petteri. (*)
10:45 » 19:51: kiitos :) En vielä lupaa tuota laskaripistetietoa, mutta yritetään. – Petteri. (*)
10:50 » 20:53: yritän pitää integrointikysymykset "tarkoituksenmukaisina" eli sellaisina, että ne keskittyvät oleelliseen kysymyksiin eivätkä ole liian haastavia. – Petteri. (*)
11:05 » 21:05: suuri osa kurssin ensimmäinen osan asioista "sisältyy" toisen osan asioihin, joten ne tulevat automaattisesti, mutta kurssin 1. osan mieleenpalauttamiseen sopivana "muistilistana" voi käyttää kurssisivun "Lisätietoa ensimmäisestä kurssikokeesta -> Muuta lisätietoa kokeeseen valmistautumiseen" -kohtaa – Petteri. (*)
11:22 » 19:18: oletetaan, että tiedämme mikä uskottavuusfunktio λ -> L(λ ; y) on, kun y = (y_1,...,y_n) ja λ > 0 ja että tiedämme että se on kerran jatkuvasti derivoituva λ:n suhteen. Maksimin pitäisi löytyä derivaatan L'(λ) = (∂/∂λ L) (λ ; y) nollakohdista, sillä väli (0,∞) on avoin. – Petteri. (*)
11:24 » jatkoa: Edelleen, koska tiedämme, että L(λ ; y) > 0 jokaisella λ, niin myös voisimme myös etsiä derivaatan nollakohtia funktiolle g(λ) := log L(λ ; y), koska logaritmi on aidosti kasvava kuvaus. Tämän funktion g derivointi voi olla helpompaa :) – Petteri. (*)
11:25 » Tuleeko kertaustehtäviin ratkaisut vielä tulevan viikonlopun aikana? Olisi kiva tarkastella niitä sitä mukaan kun saa valmiiksi.
11:46 » H12 teht. 3. b)- ja c)-kohdassa kysytään Z:n ja Y:n jakaumia. Onko teoreettinen vastaus jakaumien tyypistä riittävä, vai tuleeko niille määrittää esim. tiheysfunktiot tms?
13:29 » 11:46: molemmat ovat tuttuja jakaumia, mutta teoreettinen vastaus tyypistä ja jakaumaparametrien selvittäminen riittää hyvin. – Petteri. (*)
13:31 » 11:25: pyrin lisäämään ratkaisuehdotuksia (ja lisää kertaustehtäviä) mahd. pian, eli varmaankin ratkaisuehdotuksia lisään (varmaankin osissa) viikonlopun aikana mutta viim. maanantaina. – Petteri. (*)
12:59 » Kuuluuko T- ja F-jakaumat koealueeseen (kannattaako niihin käyttää tilaa lunttilapussa)?
12:38 » Toisessa kokeessa sallitaan MAOL-taulukkokirja. Onko todella tarpeen ja minkä tyyppisiin asioihin sitä voisi kokeessa hyödyntää? Minulla ei ole kirjaa, enkä ole lukenut sitä vuosikausiin.
18:00 » Tuskin MAOLista kauheesti mitään hyötyä on. Löytyy sieltä kuitekin jotain yleishyödyllistä esim. binomikaava, 2x2 ja 3x3 determinanttien laskukaavat, eri pinta-alat, jos sattuu tulemaan sellanen "tasajakauma alueessa x" -tehtävä, tietysti perus derivointi- ja integrointikaavat, muutamia jatkuvien jakaumien tiheysfunktioita, odotusarvoja ja variansseja. Eli aika pitkälti sellasia asioita, jotka olis hyvä muistaa ulkoa.
21:36 » 12:38: ei se varsinaisesti ole tarpeen aivan kuten 18:00 kertoikin ja esimerkit kattoivatkin jo käytännössä kaiken. Ja jotkin määritelmät on jopa liian rajoittuneita (eli kaikki mitä kurssilla on sanottu "jyrää" taulukkokirjan tiedot :) Minullakaan MAOLia ei ole lukion jälkeen ollut enkä ole sitä koskaan tarvinnut. – Petteri. (*)
21:36 » 12:59: jos niistä kysyn, niin kerron tehtäväpaperissa :) – Petteri. (*)
21:42 » 12:59: jatkoa. Tarkoitin siis, että kerron tällöin jakauman (esim. tf:n) tehtäväpaperissa. – Petteri. (*)

21:43 » Ja lisäksi pahoitteluni, että vieläkin on kertaustehtävien kanssa asiat kesken. Sairastuminen pakotti lepäämään viikonlopun. – Petteri. (*)
10:56 » Kertaustehtävässä 5 b)-kohdassa tulee laskea kovarianssimatriisi Z. Laskiessa cov(X,Y) voi ilmeisesti käyttää yhtenä tapana kaavaa E[XY]=//xyytfdxdy-u(x)u(y), missä /=integrointimerkki, ytf=yhteistiheysfunktio ja u=odotusarvo(t) X:lle ja Y:lle. Mutta entäpä integrointirajat? EX:ää ja EY:tä laskiessa rajat olivat 0 ja 1. Ovatko ne myös nämä E[XY]:n tapauksessa vai käytetäänkö rajoina tehtävänannossa annettua {0<x<y<1}<=>0<x<1 ja x<y<1?
11:19 » toinen kysymys integrointirajoista. aikaisemmassa harjoitus 8 tehtävä 2. kohdissa b ja c lasketaan f x,y (x,y) reunajakaumia. alussa määriteltiin alustaksi 0<x<y<1. millä perusteella/miksi intergrointi alueet ovat f x:n osalta x -> 1 ja f y:n osalta 0 -> y ?? on varmaan käyty läpi mutta en ymmärrä logiikkaa.
13:35 » 10:56: cov(X,Y):n laskemiseen voi (ja kannattaa) käyttää mainitsemaasi kaavaa. – Petteri. (*)
13:37 » 10:56: jatkoa. Nuo rajat: EX:n rajat määräytyivät reunajakauman tf:stä f_X, joka oli nolla aina kun x ei ole välillä (0,1). Ja sama EY:lle. – Petteri. (*)
13:40 » 10:56: tuon E(XY):n laskemisessa tarvitsemme ytf:ää f_{X,Y}, joten rajat määräytyvät sen avulla. Nyt tuo f_{X,Y} = 15x^2 y × 1{0 < x < y < 1} ja tämän voi laskea iteroituna integraalina. Tarkemmin tuon löytää juuri kurssisivulle laittamastani ehdotelmasta. – Petteri. (*)
14:04 » 11:19: kertaustehtävässä 5 oli "sama" kantaja (eli joukko missä ytf > 0) kuin harj 8:n tehtävässä 2. Katsotaan siksi kert.tehtävää 4b. Sen ratkaisuehdotuksessa (yritän ainakin) selittää noita rajoja käyttäen indikaattorifunktioita. Tuo int_(-∞,∞) <jotain> 1{x < y < 1} dy = int_(x,1) <jotain> dy. Ennen tätä päättelimme, että 1{0 < x < y < 1} = 1{0 < x < 1} × 1{x < y < 1}, jolloin tuon 1{0 < x < 1} voimme ajatella olevan osa tuota <jotain>-kohtaa. – Petteri. (*)
14:05 » 11:19: laitoin indikaattorifunktioista jotain esimerkkejä kurssisivulle kohtaan "Esimerkkejä" (Esimerkki: indikaattorifunktioilla jakamisesta, tuloista ja muusta), missä selitän hieman noitten integroimisrajojen löytämistä. – Petteri. (*)
14:34 » Kiitos. Hatara päättely/sivistynyt arvaus johti minut tekemään tuon mainitsemasi iteroidun integraalin. t. 10.56
14:48 » 14:34 (tai 10:56): hyvä :) ja toivottavasti sait äskeisestä lisätukea päättelyllesi. – Petteri. (*)
18:25 » 14:04 kommenttiin.. en tajua miten sitten kohdassa c keksitään ihan uusi integrointiraja (0,y)?
19:13 » 18:25: Kun määritetään f_Y(y), integroidaan muuttujan x suhteen. Tällöin integraalin ala- ja yläraja on muotoa x = "jotain". Tässä tapauksessa alue, jonka yli integroidaan, on kolmio. Vasemmalta aluetta rajaa y-akseli ja oikealta suora y = x. Koska integroimisrajojen haluttiin olevan x = "jotain", niin alaraja on 0 ja yläraja y.
19:30 » 19:13 jatkaa: Kun nyt integroidaan muuttujan x suhteen, voit ajatella integroimisalueen kautta kulkevaa x-akselin suuntaista suoraa. Suora kohtaa aina aluksi y-akselin (x = 0) ja aina lopuksi suoran y = x. Vastaavasti voit järkeillä b-kohdan integroimisrajat, mutta mieti nyt integroimisalueen kautta kulkevaa suoraa, joka on y-akselin suuntainen ja integroimisrajojen tulee olla y = "jotain".
10:06 » 18:25: saitkin erittäin hyviä vastauksia jo :) Tuo indikaattoripäätelmä mitä käytän 4c:ssä vastaa 4b: Nyt int_(-∞,∞) <jotain> 1{0 < x < y} dx = int_(0,y) <jotain> dx ja edelleen 1{0 < x < y < 1} = 1{0 < y < 1} × 1{0 < x < y} ja nyt pulestaan 1{0 < y < 1} on osa jotain. 19:13 (eli 19:30) kuvaili tavan, miten rajat voi lukea "kuvasta". – Petteri. (*)
10:10 » 18:25: jatkoa. Suosittelen että piirrät tuon integroimisalueen (kolmion) ja nuo 19:13:n suoran siihen ja mietit 19:13:n vastauksen kuvan kanssa. Ja sitten toistat saman (piirrät ehkä uuden kuvan) mutta nyt käytät 19:30:n mukaista suoraa. – Petteri. (*)
10:15 » 18:25: jatkoa. Kuten huomaat, ajattelen itse asioita yleensä "tapahtumien" kautta. Eli päättelen, "jos kerran 0 < x < y < 1, niin 0 < y < 1" ja "jos kerran 0 < x < y < 1, niin 0 < x < y ". Vastaavasti päättelen, että "jos taas 0 < x < y ja 0 < y < 1, niin 0 < x < y < 1". eli "0 < x < y < 1 on yhtäpitävää sen kanssa, että 0 < x < y ja lisäksi 0 < y < 1". – Petteri. (*)

10:18 » 18:25: jatkoa. Ilmaisen tämän päätelmän lopulta indikaattorifunktioiden avulla, eli 1{0 < x < y < 1} = 1{ 0 < x < y ja lisäksi 0 < y < 1} = 1{0 < y < 1}× 1{0 < x < y}. Nämä ovat kaksi erilaista tapaa päätellä integroimisrajat ja kumpikaan ei ole toista "oikeampi" :) eli kannattaa aina käyttää tapaa mikä itselle tuntuu luontevimmalta. – Petteri. (*)
10:20 » 18:25: lisään "kuvasta katsomistavan" myös ratkaisuehdotuksiin. Tämä on syy, miksi käytän sanaa "ratkaisuehdotus" sen "mallivastaus" tms sijaan korostaakseni, ettei ehdotus ole ainoa (ja varsinkaan "ainoa sallittu") tapa ratkaista tehtävä. – Petteri. (*)
10:53 » Varsinainen syy, miksi suosin noita indikaattorifunktioita rajojen päättelemiseen on se, että kuvaajasta katsominen on _varsin_ hankalaa useampiulotteisessa tapauksessa (kun esim. ulottuvuuksia on vaikkapa 13 ja kysytään 4-ulotteista reunajakaumaa) – Petteri. (*)
15:11 » Ehtiikö kertaustehtävien 8-12 ratkaisut vielä kurssisivulle ennen koetta?
15:40 » 15:11: ehtivät vielä tänään. Nyt siellä puuttuu vielä 10, 11 ja 12. – Petteri. (*)
16:03 » Tuleeko kertaustehtäviä vielä lisää?
16:14 » 16:03: voi olla etten ennätä niitä tehdä :(mutta katson illalla vielä tilannetta. – Petteri. (*)
16:38 » Noihin integroimisrajoihin liittyen löysin aika hyvän tehtävän, jos jotakuta sattuu kiinnostamaan: f_X,Y(x,y) = ce^(x^2), kun y < x < 1 ja 0 < y < 1 Laske $E(X^2)$.
16:54 » Sain tehtävän 10 (s,u) yhteystiheysfunktiosta sellaisen, mikä ei riipe u:sta, onko mennyt väärin? Ainakin tuo tehtävä 12 tuntuu oudolle silloin...
17:01 » 16:54: Itse sain myös ytf:n, joka ei riipu u:sta.
17:02 » Tuo siis tehtävässä 11, mitä varmaan tarkoitit.
17:20 » Joo tehtävää 11 tarkoitin! Mietin vaan sitten, jos tf ei riipu U:sta niin nuo seuraavan tehtävän ehdollistamiset tuntuu jokseenkin kummalliselle (?)
17:25 » Tässäkin tehtävässä taitaa olla niin, että ytf riippuu u:sta alueen kautta. Itse sain ainakin järkevän tuntuisia vastauksia tällä tavalla.
17:59 » Koska X ja Y ovat eksponenttijakautuneita, niin x ≥ 0 ja y ≥ 0. Lisäksi x = u ja y = s - u, joten u ≥ 0 ja s ≥ u. Siten f_S,U(s, u) = λ^2e^(-λs) × 1{0 ≤ u ≤ s}. Tai näin ainakin itse ajattelin :)
18:13 » Nerokasta! Kiitos. :)
18:35 » 16:54-17-25: tuolta tulikin 17:59:ltä jo hieno vastaus :) laitoin omat ehdotelmani viimeisiin tehtäviin kurssisivulle. Valitettavasti en ennätä käydä kaikkia erilaisia tekniikoita mitä voisi käyttää, joten nuo ovat nyt noin lyhkäisesti (16 sivua silti). Mutta kaikkea voi kysyä niin yritän vastailla ja laittaa lisää esimerkkejä. Mietin vielä unohdinko jotain oleellista. – Petteri. (*)
20:33 » 16:03: lisään vielä muutaman puuttuneen tehtävän illan aikana. – Petteri. (*)
21:40 » Eikö olisi mielekästä sallia ottaa myös ykkösosan lunttilappu kokeeseen uuden lisäksi, niin ei tarvitsisi kirjoittaa asioita uudestaan?
10:11 » 21:40: olisihan se perusteltua, mutta yhden luntin käyttö on tekemäni valinta ja pysymme siinä. Lisäksi luntin kirjoittaminen on perustellusti osa oppimisprosessia, sillä joutuu miettimään mitä asioita varmasti osaa (-> näitä ei lunttiin sotkemaan), mitkä ovat asioita, mitkä osaa, muttei välttämättä muista (-> lunttiin) ja jos tilaa riittää, niin ... – Petteri. (*)
16:18 » 10:11: hyvin perusteltua tuokin, mutta aina kannattaa yrittää :^)
17:57 » Voiko joku selventää, miksi 12a):ssa tuo kertymäfunktiokaava pätee?
18:00 » Eikun se olikin selitetty siinä alempana
18:53 » Kertaustehtävät loppu :(
18:59 » 18:53: Tee tuo 16:38:n lähettämä tehtävä, jos haluat lisää harjoitusta. Se on aika hyvä.
19:08 » Mitenhän tuossa 16:38:sin tehtävässä kannattaisi lähteä liikkeelle?
19:09 » Määrittää vakio c.
19:51 » Ei integroidu :(
19:52 » 18:53: no, yritän vielä illalla pari pientä laittaa ja aamulla niihin vielä ehdotukset. – Petteri. (*)
19:55 » 19:51: Koita vaihtaa integroimisjärjestystä. (Yrität ilmeisesti integroida aluksi x:n suhteen.)
20:04 » katsos.. 19:52 jeee
21:04 » Tehtävä 15 lisätty. – Petteri. (*)
21:16 » Tehtävä 15 tehty. Kivaa, että tehtäviä tuli vielä tänäänkin.

22:02 » 21:16 :) – Petteri. (*)
22:59 » Kiitos hyvästä kurssista. Tämän kurssin on kyllä erottanut muista kursseista se, että luennoitsijalla on kyllä AINA aikaa vastata kysymyksiin ja auttaa oppilaita! lisää Pettereitä kampukselle!
23:40 » Olen samaa mieltä kuin 22:59. Moni luennoitsija ei olisi myöskään jaksanut tehdä noin paljon esimerkkejä ja kertaustehtäviä malliratkaisuineen.
20:27 » Samaa mieltä edellisten kanssa, kurssin järjestelyt ja luennoitsija ovat laitoksen keskitasoon verrattuna ihan järkyttävän paljon parempia.
23:54 » Kiitos Petterille hyvin vedetystä kurssista. T: Jamppa joka lopetti opiskelun edellisessä koulussa osittain opettajien epäpätevyyden johdosta
10:25 » Kiitoksia paljon ja hyvää joulua :) Päivittelen kurssisivua tiedotusten merkeissä pian vuodenvaihteen jälkeen. – Petteri. (*)
02:00 » Hei Petteri, olen nyt jo kaksi tuntia odottanut kurssisivun päivitystä. Hyvää uutta vuotta ;)
11:36 » Milloin suurinpiirtein olisi odotettavissa 2. kokeen tulokset?
15:40 » Kyllä Petteri varmasti ilmoittaa täällä, kun saa arvostelun valmiiksi. Koitetaan olla kärsivällisiä.
16:06 » Tuskin Petteri enää kovin tiiviisti seuraa täällä käytävää keskustelua nyt, kun kurssi on jo päättynyt. Ensimmäisen kokeen kohdalla oli tosin kiva kuulla aina, missä vaiheessa arvostelu oli.
12:05 » Julkaistaanko tämän toisen kokeen malliratkaisut?
12:37 » Yritän saada tulokset tämän viikon aikana (voi mennä viikonloppuun) tai viim. maanantaina. Mutta ilmoittelen kyllä sekä tänne että kurssisivulle, mitä tapahtuu. :) – Petteri. (*)
08:34 » Olen saanut tarkastatettua ja pisteytteytettyä toisen kurssikokeen, mutta tulosten julkaisemiseen menee vielä aikaa. Arvio: tänään klo 12. (mutta viim. 13.30). Laitan väliaikatietoja tänne. – Petteri. (*)
11:44 » Ja menee vielä. Eli uusi arvio 13.00. Luultavasti hieman ennen sitä. – Petteri. (*)
12:53 » Ja... tuli pieni keskeytys (jonka selvittelyyn meni aikaa), joten vielä menee puoli tuntia. Pahoittelen. – Petteri. (*)
13:29 » Ja vartti vielä... ei tämä excel ole mun juttu... – Petteri. (*)
13:47 » Kello 14.00 pitäisi olla. – Petteri. (*)
14:05 » Laitan ensin kurssikokeen pisteet. Sen jälkeen lisään arvostelun (siihen menee vielä hetki) ja laskuharjoituspisteet. Pahoittelen hitauttani. – Petteri. (*)
14:07 » "Pahoittelen hitauttani" Ei mitään. Kurssilla on paljon opiskelijoita, joten keneltä tahansa menisi paljon aikaa tulosten kirjaamiseen.
15:30 » Nyt on arvostelukin laitettu. – Petteri. (*)
16:03 » 12:05: Laitan (LaTeXilla kirjoitetut) ratkaisuehdotukset kurssisivulle. Malliratkaisuiksi en niitä nimittäisi, sillä usein on lukuisia tapoja ratkaista tehtävät. Lisäksi en ihan tarkkaan selitä pisteytystäni, muutenkuin että se on eräänlainen Markovinen puumalli. Haarautumiskohdissa unohdan historian ja jatkan kunnes pääsen loppuun. Mitä vähemmän haaroja vastauksessa on, sen enemmän annan pisteitä :) – Petteri. (*)
16:19 » Mutta kiitos vielä kaikille :) sekä onnea ja menestystä jatkoon. – Petteri. (*)
17:40 » Hyvää jatkoa Petterille ja kiitos vielä omistautumisestasi tälle kurssille!
19:21 » 17:40: kiitoksia :) – Petteri. (*)
18:08 » dädädädädäädä bäätmäään
22:19 » olikohan niitä 2. kokeen mallivastauksia jossain?
10:57 » 22:19: eräänlaisen ratkaisuehdotuksen lisäsin kurssisivulle. Mutta mikään "mallivastaus" se ei ole, sillä hyviä tapoja on monia ja miksi jokin olisi "oikeampi" kuin toinen. Pyrin vain aukaisemaan kaikki kohdat eräästä näkökulmasta. Itse en varmasti vastaisi kokeessa niin vaan paljon lyhyemmin ja suoraviivaisemmin :) – Petteri. (*)
12:47 » Tuleeko 2. Välikokeen uusinnan tulokset milloin?
10:00 » 12:47: Menee viikonloppuun tai maanantaille. – Petteri. (*)
10:02 » Tuleeko 2. Välikokeen uusinnan tulokset milloin?
22:19 » 10.02: Lopulta olen ne saanut päivitettyä. Eli ne löytyvät nyt netistä. – Petteri. (*)

14:02 » Kauanko nää sivut on pystyssä?
20:36 » 15:02: en ole seurannut tätä presemoa kovin tarkkaan enää helmikuun jälkeen mutta sivut ovat pystyssä kesän. Elokuussa sitten uudet. – Petteri.. (*)
09:19 » Syksy 2017: Palautetaanko tehtävät digitaalisesti kuten todari I -kurssilla keväällä 2016 ja kelpaako pdf-muotoinen palautus? Entä vertaisarviointi?
11:09 » Tää näyttää kyllä olevan laskarikurssi
11:58 » 10:19: Tällä kurssilla on tosiaan ihan perinteiset laskuharjoitustilaisuudet eli tehtäviä ei varsinaisesti palauteta mihinkään vaan tehtyjen tehtävien kanssa tullaan viikottain laskuharjoitustilaisuuteen. – Joonas
15:08 » Pärjääkö kurssilla, vaikka ei ole käynyt vektorianalyysin kursseja?
11:22 » 16:08 uskoisin niin, sillä tämä on tilastotieteen pääaineopiskelijoille pakollinen kurssi. Vektorianalyysit eivät kuulu tilastotieteen pakollisiin suorituksiin. Tn1 on varmasti se oleellisin esitieto