

Todennäköisyyslaskenta II, 1. harjoitus (7.–11.9.2015)

Nämä tehtävät perustuvat opetusmonisteen kappaleisiin 1.1 – 1.8. Lue kappaleet ajatuksen kanssa ja kertaa tarvittaessa myös johdantokurssin (*Todennäköisyyslaskenta I (ent. Johdatus todennäköisyyslaskentaan)*) opetusmateriaalista.

1. Tässä tehtävässä tapahtumat A ja B eivät välttämättä ole erillisiä.

Todista a-, b-kohdan kaavat käyttämällä tn-mitan (äärellistä) additiivisuutta, eli kaavaa (1.2). Kyseessä olevien tapahtumien erillisyyden voit tarkistaa joko Vennin diagrammien avulla tai muulla tavalla.

a) $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B \setminus A)$,

b) $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(B \setminus A)$.

c) Tarkista, että ns. yhteenlaskukaava $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cup B) + \mathbb{P}(A \cap B)$ on voimassa.

2. Olkoon $\mathbb{P}(A) = 0.6$, $\mathbb{P}(B) = 0.3$ ja $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.1$. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet, a) B^c , b) $A \cup B$, c) $A^c \cap B^c$.

3. Noppaa heitetään neljä kertaa. Laske todennäköisyys, että saadaan vähintään yksi kuutonen (Vihje: tapahtuman komplementin todennäköisyys on nyt helppo järkeillä)

4. Emokoira synnyttää neljän pennun pentueen. Oletamme, että molempien sukupuolien syntymistodennäköisyydet ovat yhtä suuret ja että eri pentujen sukupuolet ovat toisistaan riippumattomia.

a) Millä todennäköisyydellä pentueeseen syntyy yhtä monta naarasta kuin urosta?

b) Millä todennäköisyydellä pentueeseen syntyy yksi naaras ja kolme urosta?

Vihje: tehtävän voi ratkaista joko binomikertoimien avulla tai luettelemalla kaikki mahdolliset alkeistapaukset. Alkeistapaukset voidaan esittää merkkijonoilla, jossa esim. UNUU tarkoittaa sitä, että ensimmäisenä syntyy urospentu, toisena naaraspentu, kolmantena urospentu ja neljäntenä urospentu.

5. Eräs opiskelija K vastaa monivalintatehtävään. Mikäli K tietää oikean vastauksen, hän valitsee sen. Muussa tapauksessa K arvaa yhden tarjolla olevista neljästä vaihtoehdoista umpimähkään. K tietää oikean vastauksen todennäköisyydellä 0.8. K vastaa ko. monivalintatehtävään oikein. Millä todennäköisyydellä hän todella tietää oikean vastauksen? (Selvennys: tässä tietenkin kysytään ehdollista todennäköisyyttä.)

6. Esillä on kaksi laatikkoa, joista ensimmäisessä on yksi musta ja yksi valkoinen pallo ja toisessa kaksi mustaa ja yksi valkoinen pallo. Laatikoista valitaan umpimähkään yksi, ja valitusta laatikosta nostetaan umpimähkään yksi pallo. Millä todennäköisyydellä nostettu pallo on valkoinen?