Riskiteorian laskuharjoitus 8, 9.11.2015

1. Olkoon yhtiön kokonaisvahinkomäärä yhdistetty muuttuja. Olkoon vahinkojen lukumäärän odotusarvo μ_K ja varianssi σ_K^2. Oletetaan, että molemmat ovat äärellisiä. Yhtiö on suojautunut koko vakuutuskantaa koskevalla XL-jälleenvakuutuksella omavastuurajana M. Olkoon $p = \mathbb{P}(Z > M)$, missä Z edustaa yksittäisen vahingon suuruutta. Oletetaan, että $p \in (0, 1)$. Olkoon $\bar{K}$ jälleenvakuuttajan nollaa suurempien vahinkojen lukumäärä. Osoita, että

$$\mathrm{Var}(\bar{K}) = p(1-p)\mu_K + p^2\sigma_K^2.$$

2. Yhtiön alkupääoma on U_0, tulevan vuoden kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa ja vakuutusmaksu on $P = 1.1\mathbb{E}(X)$. Olkoon Poisson-parametri λ ja yksittäisen vahingon suuruus eksponenttijakautunut parametrina μ. Yhtiön sallitaan jatkaa toimintaansa, jos vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on korkeintaan 0.01. Osoita, että yhtiö ei täytä mainittua vakavaraisuusvaatimusta.

Yhtiö muuttaa vakuutusopimuksensa siten, että vakuutetuille tulee M euron omavastuu. Toisin sanoen yhtiö korvaa vain rajan M ylittävän osan kustakin vahingosta. Olkoon X_M näin syntyvä kokonaisvahinkomäärä ja vakuutusmaksu $P_M = 1.1\mathbb{E}(X_M)$. Osoita, että yhtiö täyttää muutoksen jälkeen mainitun vakavaraisuusvaatimuksen.

Parametreilla on arvot $U_0 = 20$, $\lambda = 200$, $\mu = 1$ ja $M = 2$. Tehtävässä voidaan soveltaa normaaliapproksimaatiota kokonaisvahinkomäärien jakaumiin. ($\phi(0.99) = 2.33$).

3. Olkkoon yhtiön i kokonaisvahinkomäärän X_i varianssi $\sigma_i^2 \in (0, \infty)$, $i = 1, \ldots, N$, missä $N \geq 2$. Oletetaan, että $X_1, \ldots, X_N$ ovat toisistaan riippumattomia. Tarkastellaan yhtiöiden välisiä riskinvaihtoja, jossa vaihdon jälkeen yhtiön i vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on Y_i. Vaatimuksena on, että $Y_1 + \cdots + Y_N = X_1 + \cdots + X_N$. Osoita, että on olemassa sellainen riskinvaihto, että $\mathrm{Var}(Y_i) < \sigma_i^2$ kaikilla $i = 1, \ldots, N$.

4. Olkoon S yksittäisen vahingon suuruuden Z kertymäfunktio. Määritellään Z:n rajattu odotusarvofunktio L ehdosta

$$L(M) = \mathbb{E}\{\min(Z, M)\}, \;\; M > 0.$$

Tarkastellaan jälleenvakuutussopimusta, jossa jälleenvakuuttaja maksaa kustakin vahingosta rajan M ylittävän osan, mutta kuitenkin korkeintaan määrän A ($M > 0, A > 0$). Oletetaan, että kokonaisvahinkomäärä on yhdistetty muuttuja siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on λ. Osoita, että ensivakuuttajan riskimaksu R on

$$R = \lambda[\mathbb{E}(Z) - L(M + A) + L(M)].$$

5. Oletetaan, että yhtiön kokonaisvahinkomäärä X on normaalisti jakautunut odotusarvona 1000 ja varianssina 40000. Yhtiöllä on SL-jälleenvakuutus omavastuurajana 1100. Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu.

Inflaation vaikutuksesta kokonaisvahinkomäärä nousee 10 prosenttia (toisin sanoen syntyvä kokonaisvahinkomäärä on samoin jakautunut kuin $1.1X$). Montako prosenttia nousee jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun omavastuuraja säilytetään 1100:na.