

Riskiteorian laskuharjoitus 7, 2.11.2015

1. Todista luentojen lauseen 6.5.2 kohta (ii).
2. Olkoon $\varphi : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ sellainen, että $\varphi(t) \in \mathbb{R}$ kaikilla $t \neq 0$ ja

$$\varphi'(t) < 0 \quad \text{ja} \quad \varphi''(t) > 0 \quad \text{kaikilla } t \in (0, 1).$$

Lisäksi

$$\varphi(1) = \lim_{t \rightarrow 1^-} \varphi(t) = 0 \quad \text{ja} \quad \varphi(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} \varphi(t) = \infty.$$

Määritellään kuvaus $C = C_\varphi : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ehdosta

$$C(u_1, u_2) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2)).$$

Osoita, että C on copula. Nimitys: C on Arkimedeen copula generaattorina φ .

3. Osoita, että riippumattomuus-copula on Arkimedeen copula ja määrää generaattori (luentojen esimerkki 6.5.1).

4. Kokonaisvahinkomäärä on yhdistetty muuttuja siten, että yksittäisen vahingon Z suuruusjakauma on $\mathbb{P}(Z = 2) = 4/5$, $\mathbb{P}(Z = 20) = 1/5$ ja vahinkojen lukumäärän odotusarvo on 100. Oletetaan, että yhtiöllä on koko vakuutuskantaa koskeva XL-jälleenvakuutus omavastuurajana M . Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun a) $M = 2$, b) $M = 5$.

5. Kuvatkoon Z ensivakuuttajan vahingon suuruutta. Oletetaan, että $\text{Var}(Z) < \infty$. Olkoot Z^{ov} ja Z^{jv} XL-jälleenvakuutussopimuksen jälkeiset omalla ja jälleenvakuuttajan vastuulla olevat vahingon suuruudet.

- a) Osoita, että $\text{Cov}(Z^{ov}, Z^{jv}) \geq 0$.
- b) Osoita, että $\text{Var}(Z^{ov}) \leq \text{Var}(Z)$.