

## Riskiteorian laskuharjoitus 5, 12.10.2015

1. Olkoon  $X$  yhtiön vuoden kokonaisvahinkomäärä ja  $P = 1.3\mathbb{E}(X)$  kokonaisvakuutusmaksu. Oletetaan, että  $X$  noudattaa yhdistettyä painotettua Poisson-jakaumaa siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on  $\lambda$  ja yksittäiset vahingot ovat eksponenttijakautuneita odotusarvona  $\mu$ . Olkoon  $\lambda = 100$ ,  $\mu = 1$  ja struktuurimuuttujan  $Q$  jakauma

$$\mathbb{P}(Q = 0.9) = 0.5, \quad \mathbb{P}(Q = 1.1) = 0.5.$$

Arvioi todennäköisyyttä  $\mathbb{P}(X > P)$  soveltamalla normaaliapproksimaatiota muuttujan  $X$  ehdollisiin jakaumiin ehdolla  $Q$ .

2. (jatkoa) Suorita edellisen tehtävän arviot nojautuen NP-approksimaatioon. Arvioi myös kyseistä todennäköisyyttä soveltamalla suoraan NP-approksimaatiota muuttujan  $X$  jakaumaan.

3. (jatkoa) Arvioi todennäköisyyttä  $\mathbb{P}(X > P)$  soveltamalla Wilson-Hilferty -approksimaatiota suoraan muuttujan  $X$  jakaumaan.

4. Oletetaan, että yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä  $X$  noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Olkoon Poisson-parametri  $\lambda$  ja vahinkojen suuruudet eksponenttijakautuneita parametrina  $\mu$ . Yhtiöllä on vuoden alussa alkupääoma  $U_0$  ja vuotuinen vakuutusmaksu on  $P$ . Tarkastellaan seuraavassa  $X$ :n jakaumaa NP-approksimaation tarkkuudella. Olkoon  $\mu = 1$ ,  $\lambda = 100$  ja  $\varepsilon = 0.01$ .

a) Olkoon  $P = 110$ . Miten suuri on alkupääoman oltava, että vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä olisi tason  $\varepsilon$  alapuolella.

b) Olkoon  $U_0 = 30$ . Miten suuri on vakuutusmaksun  $P$  oltava, että vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä olisi tason  $\varepsilon$  alapuolella.

5. Olkoon yhtiön  $i$  ( $i = 1, 2$ ) vuotuinen kokonaisvahinkomäärä  $X_i$  yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja, vuotuinen vakuutusmaksu  $P_i$  ja alkupääoma  $U_i$ . Olkoon Poisson-parametri  $\lambda_i$  ja vahinkojen suuruudet gamma- $(r_i, a_i)$ -jakautuneita. Yhtiön sallitaan jatkaa toimintaansa, jos vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on pienempi kuin 0.01. Osoita käyttäen normaaliapproksimaatiota, että kumpikaan yhtiöistä ei täytä tätä vaatimusta, kun  $P_i = 1.05 \mathbb{E}(X_i)$ ,  $U_1 = 100$ ,  $U_2 = 200$ ,  $\lambda_1 = 1000$ ,  $\lambda_2 = 800$ ,  $r_1 = 10$ ,  $r_2 = 20$ ,  $a_1 = 1$  ja  $a_2 = 1$ .

Tarkastellaan tilannetta, jossa yhtiöt fuusioidaan. Oletetaan lisäksi, että kokonaisvahinkomäärät  $X_1$  ja  $X_2$  ovat riippumattomia. Osoita, että fuusiossa syntynyt yhtiö täyttää mainitun vaatimuksen. Sovella normaaliapproksimaatiota.