

Riskiteorian laskuharjoitus 3, 28.9.2015

1. Yhtiön vuotuinen vahinkojen lukumäärä noudattaa painotettua Poisson-jakaumaa parametrilla (λ, Q) . Olkoon $\mathbb{P}(Q = 1/2) = \mathbb{P}(Q = 3/2) = 1/2$. Vahingot ovat kaikki yhden euron suuruisia ja vuotuinen kokonaisvakuutusmaksu on P . Olkoon X yhden vuoden kokonaisvahinkomäärä. Miten suuri vakuutusmaksun P on vähintään oltava, että pätsi

$$\mathbb{P}(X > P) \leq p.$$

Parametreilla on arvot $\lambda = 2$ ja $p = 0.1$.

2. Yhtiön autovakuutuskannassa vahinkojen lukumäärä päivässä on normaalikelillä Poisson-jakautunut parametrilla λ_1 ja liukkaalla kelillä Poisson-jakautunut parametrilla λ_2 , missä $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$. Tarkastellaan N päivän mittaista ajanjaksoa. Liukaskelisten päivien lukumäärä on binomijakautunut parametrein N, p , $p \in (0, 1)$. Päivittäiset vahinkojen lukumäärät oletetaan riippumattomiksi, kun keliolosuhteet on kiinnitetty. Mallinna jakson vahinkojen lukumäärä painotetuksi Poisson-muuttujaksi. Määrää erityisesti struktuurimuuttujan jakautuma mainittujen parametrien avulla.

3. Olkoon K painotettu Poisson-muuttuja parametrilla (λ, Q) ja $\text{Var}(Q) = \sigma^2$ äärellinen. Määrää muuttujien K ja Q välinen kovarianssi $\text{Cov}(K, Q)$,

$$\text{Cov}(K, Q) = \mathbb{E}\{(K - \mathbb{E}(K))(Q - \mathbb{E}(Q))\}.$$

4. Yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Olkoon Poisson-parametri $\lambda > 0$ ja vahingon suuruudella gamma- (r, α) -jakauma, missä $r > 0, \alpha > 0$. Määrää kokonaisvahinkomäärän odotusarvo, varianssi ja vinous. (Vastaukset: $\lambda r/\alpha, \lambda r(r+1)/\alpha^2, (r+2)/\sqrt{\lambda r(r+1)}$.)

5. Olkoon X_i yhdistettyä painotettua Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja parametrilla (λ_i, Q_i, S) , $i = 1, 2$. Oletetaan, että X_1 ja X_2 ovat riippumattomia. Osoita, että $X_1 + X_2$ noudattaa yhdistettyä painotettua Poisson-jakaumaa.