

Riskiteorian laskuharjoitus 11, 7.12.2015

1. Osoita, että lauseen 9.1.2 oletuksiin ja merkinnöin

$$\lim_{U_0 \rightarrow \infty} U_0^{-1} \log \mathbb{P}(T \leq xU_0) = -R,$$

kun $x \geq \mu_T$.

2. Olkoon yhtiön vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on λ ja yksittäiset vahingot ovat eksponenttijakautuneita parametrilla μ . Oletetaan, että eri vuosien kokonaisvahinkomäärät ovat toisistaan riippumattomia. Vuoden n vakuutusmaksu olkoon $(1+v)\lambda/\mu$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Olkoon T vararikkohetki. Osoita, että $\mathbb{P}(T < \infty) \leq 0.01$ riippumatta Poisson-parametrilla, kun $\mu = 1$, $v = 0.05$ ja yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääomaa määrä 100.

3. Yhtiön i vuosien $1, 2, \dots$ tappiot $\xi_1(i), \xi_2(i), \dots$ ovat riippumattomia $N(\mu_i, \sigma_i^2)$ -jakautuneita satunnaismuuttujia, missä $\mu_i < 0$ ja $\sigma_i^2 \in (0, \infty)$ ovat $\xi_1(i)$:n odotusarvo ja varianssi ($i = 1, 2$). Oletetaan, että vuotuisen tappion suhteellinen hajonta σ_i/μ_i on sama kummallakin yhtiöllä ja että $\sigma_2 > \sigma_1$. Olkoon kummankin yhtiön alkupääoma U_0 ja T_i yhtiön i vararikkohetki. Osoita, että $\mathbb{P}(T_1 < \infty) < \mathbb{P}(T_2 < \infty)$, kunhan U_0 on riittävän suuri.

4. Yhtiön i vuosien $1, 2, \dots$ tappiot $\xi_1(i), \xi_2(i), \dots$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita, $i = 1, 2$. Oletetaan, että $\mathbb{P}(\xi_1(1) > v) \geq \mathbb{P}(\xi_1(2) > v)$, $\forall v \in \mathbb{R}$. Olkoon R_i yhtiön i Lundbergin eksponentti. Osoita, että $R_1 \leq R_2$.

5. Olkoon vuotuinen kokonaisvahinkomäärä X yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattava satunnaismuuttuja. Vahinkojen lukumäärän odotusarvo on λ ja yksittäisen vahingon suuruus vakio a . Oletetaan, että eri vuosien kokonaisvahinkomäärät ovat toisistaan riippumattomia. Vuotuinen vakuutusmaksu olkoon P . Yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääoma U_0 . Olkoon T vararikkohetki. Yhtiön sallitaan jatkaa toimintaansa, mikäli

$$\mathbb{P}(T \leq 3) \leq 0.01.$$

Osoita, että yhtiö täyttää mainitun vakavaraisuusvaatimuksen, kun parametreilla on arvot $\lambda = 10$, $a = 2$, $P = 23$ ja $U_0 = 30$.