

Riskiteorian laskuharjoitus 10, 23.11.2015

Huom. 24.11. ja 25.11. ei ole luentoa, 30.11. ei ole harjoitusta.

1. Oletetaan, että ehdolla $Q = q$ vahinkoja sattuu Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä λq , missä $\mathbb{P}(Q = 1 - a) = 0.5$ ja $\mathbb{P}(Q = 1 + a) = 0.5$. Muuttujaa Q ei pystytä suoraan havaitsemaan. Yksittäisen vahingon suuruus olkoon vakio ($=1$). Vahinkojen raportoitumisviiveet ovat toisistaan ja lukumääräprosessista riippumattomia. Oletetaan, että korvaus maksetaan aina kokonaisuudessaan heti, kun vahinko raportoituu yhtiöön. Raportoitumisviiveet ovat eksponentiaalisesti jakautuneita parametrilla μ .

Oletetaan, että yhtiö toimii vain yhden vuoden. Olkoon V tunnettujen ja U tuntemattomien vahinkojen lukumäärä toimintavuoden lopussa. Määrää ehdolliset todennäköisyydet $\mathbb{P}(Q = 1 - a \mid V = h)$ ja $\mathbb{P}(Q = 1 + a \mid V = h)$, kun $\lambda = 100, \mu = 1, a = 0.1$ ja $h = 50$.

2. (jatkoa) Johda esitys ehdollisille todennäköisyyksille $\mathbb{P}(U = k \mid V = h)$ parametrien λ, μ ja a avulla, kun $h, k \in \mathbb{N}$ ovat kiinteitä.

3. (jatkoa) Määrää ehdollinen odotusarvo $\mathbb{E}(U \mid V = h)$, kun parametreilla λ, μ, a ja h on tehtävässä 1 mainitut arvot.

4. Määrää tuntemattomien vahinkojen credibility-ennuste toimintavuoden lopussa, kun parametreilla λ, μ, a ja h on tehtävässä 1 mainitut arvot.

5. Olkoon yhtiön vuosien $1, 2, \dots$ tappiot riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Olkoon c vuotuisen tappion kumulantit generoiva funktio ja T vararikkohetki. Yhtiöllä on vuoden 1 alussa alkupääomaa määrä $U_0 > 0$. Oletetaan, että

$$c(R) \in (-\infty, 0] \text{ ja että } c(t) = \infty, \forall t > R,$$

missä R on positiivinen vakio. Osoita, että

$$\mathbb{P}(T < \infty) \leq e^{-RU_0}.$$