Riskiteorian laskuharjoitus 1, 14.9.2015

1. Olkoon K Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla $\lambda > 0$. Määrää suurin todennäköisyyksistä

$$\mathbb{P}(K = k), \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

2. Merkitään yleisesti satunnaismuuttujan ξ vinoutta symbolilla γ_ξ. Olkoon

$$\mathbb{E}\{\mid \xi^3 \mid\} < \infty \quad \text{ja} \quad \mathbb{V}ar(\xi) > 0.$$

Olkoot a ja b mielivaltaisia reaalilukuja ja $a \neq 0$. Osoita, että

$$\gamma_{a\xi+b} = \gamma_\xi \text{ tai } \gamma_{a\xi+b} = -\gamma_\xi.$$

3. Olkoon $\{K(t) \mid t \geq 0\}$ Poisson-prosessi intensiteetillä λ ja

$$S = \inf\{t \geq 0 \mid K(t) \geq 1\}.$$

Osoita, että S on eksponentiaalisesti jakautunut.

4. Määrää $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$-jakauman vinous.

5. Oletetaan, että vakuutuskanta muodostuu N riippumattomasta vakuutetusta. Kunkin vakuutetun vuotuinen vahinkojen lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa parametrilla 1 ja vakuutusmaksu on 1.3. Olkoon K_N yhden vuoden vahinkojen lukumäärä vakuutuskannassa ja P_N vastaava vakuutusmaksu. Määrää todennäköisyydet

$$\mathbb{P}(K_N > P_N),$$

kun $N = 1, 10$ ja 20 (tarkka arvo ja likiarvo).