

Matematiikkaa kaikille

Syksy 2016

Pienryhmätehtävät 1

(1) (a) Ota pari ja valitse kaksi mustaa ja yksi punainen pelikortti. Käännä kortit selkäpuoli ylöspäin, sekoita ne ja aseta riviin. Parisi tavoitteena on saada punainen kortti. Hän valitsee pöydällä olevista korteista yhden, mutta ei vielä käännä sitä ympäri. Tarkista kaksi muuta korttia ja käännä ympäri yksi musta kortti. Kannattaako parisi vaihtaa valitsemaansa korttia?

(b) Merkitkää oheiseen taulukkoon ryhmänne onnistumiset ja epäonnistumiset sekä niissä tilanteissa, jossa valittua korttia vaihdetaan, että tilanteissa, jossa korttia ei vaihdeta. Mitä huomaatte?

	Voitto!	Häviö.
Korttia vaihdettiin		
Korttia ei vaihdettu		

(2) Ohessa on taulukko neljästä eri tilanteesta, joissa kaikissa on kaksi muuttujaa x ja y . Laske kullekin tilanteelle muuttujien x ja y keskiarvot.

Data 1		Data 2		Data 3		Data 4	
x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4
10.0	8.04	10.0	9.14	10.0	7.46	8.0	6.58
8.0	6.95	8.0	8.14	8.0	6.77	8.0	5.76
13.0	7.58	13.0	8.74	13.0	12.74	8.0	7.71
9.0	8.81	9.0	8.77	9.0	7.11	8.0	8.84
11.0	8.33	11.0	9.26	11.0	7.81	8.0	8.47
14.0	9.96	14.0	8.10	14.0	8.84	8.0	7.04
6.0	7.24	6.0	6.13	6.0	6.08	8.0	5.25
4.0	4.26	4.0	3.10	4.0	5.39	19.0	12.50
12.0	10.84	12.0	9.13	12.0	8.15	8.0	5.56
7.0	4.82	7.0	7.26	7.0	6.42	8.0	7.91
5.0	5.68	5.0	4.74	5.0	5.73	8.0	6.89

Taulukko 1: Anscomben kvartetti; (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) .

(3) Pohdi seuraavia tilanteita. Havaitsetko niissä jotain omituista?

(a) Juulia ja Henkka ovat ostaneet tosi hienot hatut. He eivät muista hattujensa hintoja, joten heille tulee sanaharkkaa siitä, kumpi teki paremmat kaupat eli kumman hattu maksoi vähemmän. He päättävät mennä takaisin hattukauppaan selvittämään asiaa. Sitä ennen he lyövät vetoa, että se, kumman hattu on kalliimpi, joutuu antamaan hattunsa toiselle. Juulia ajattelee: "Voittaminen ja häviäminen ovat yhtä todennäköisiä. Hävittäessäni menetän rahaa hattuni hinnan verran, mutta voittaessani voitan enemmän kuin hattuni hinnan verran. Tästä syystä minun kannattaa osallistua kilpailuun." Henkka tekee täsmälleen samanlaiset johtopäätökset. Näin ollen sekä Juulian että Henkan kannattaa osallistua vedonlyöntiin.

(b) Juulia ja Henkka ostavat joka päivä uudet hatut, unohtavat lounaaseen mennessä niiden hinnan ja riitelevät iltapäivällä siitä, kumpi teki paremmat kaupat. He lyövät vetoa ja lähtevät selvittämään asiaa. Koska molempien kannattaa osallistua vedonlyöntiin, pitkällä aikavälillä molemmat odottavat jäävänsä voitolle.

(4) Haluat selvittää, kuinka monta oppilasta on keskimäärin Helsingin peruskoulujen luokilla.

(a) Valitset satunnaisesti sopivan määrän opiskelijoita ja lähetät heille kyselylomakkeen. Vastausten perusteella lasket luokkakoon keskiarvoksi 28 oppilasta.

(b) Kysyt luokkien kokoa vielä kaikkien Helsingin peruskoulujen rehtoreilta. Vastausten perusteella lasket luokkakoon keskiarvoksi 23 oppilasta.

Mistä keskiarvojen ero johtuu? Keksi tilanne, jossa haluat erityisesti käyttää tapaa (a). Minkälaisissa muissa tilanteissa tässä tehtävässä esille tullut ilmiö esiintyy?

(5) Vankilassa on 100 vankia ja heitä vartioi julma vanginvartija. Vartija kertoo vangeille, että hän antaa heille huomenna tehtävän, jonka perusteella kaikki vangit joko vapautetaan tai lukitaan vankilaan ikuisesti. Tehtävä on seuraava:

Vangit ovat numeroitu numeroilla $1, 2, \dots, 100$. Vangeilla on rinnassaan lappu, jossa on heidän oma numeronsa. Vanginvartija käy tänään illalla viemässä erääseen huoneeseen sata numeroitua laatikkoa. Hän kirjoittaa sadalle lapulle numerot $1, 2, \dots, 100$ ja laittaa ne sattumanvaraisesti laatikoihin (yksi lappu per laatikko). Huomenna aamulla vanginvartija vie vangit yksi kerrallaan laatikkohuoneeseen, jossa kukin vanki saa katsoa viiteenkymmenen laatikkoon eli puoleen laatikoista. Jos vanki löytää lapun, jossa on sama numero kuin hänen rinnassaan, hän onnistui tehtävässään. Viidenkymmenen laatikon avaamisen jälkeen vanginvartija vie vangin kolmanteen huoneeseen odottamaan. Kun kaikki vangit ovat kolmannessa huoneessa, vanginvartija julistaa tuloksen. Mikäli yhdellekin vangille käy niin, että hän ei löytänyt omaa numeroaan laatikoista, kaikki vangit häviävät ja heidät lukitaan ikuisesti vankilaan.

Vangeilla on ilta aikaa suunnitella toimintastrategia. Millä strategialla heillä on 30% mahdollisuus onnistua? Vangit eivät voi kommunikoida sen jälkeen, kun tehtävän suorittaminen alkaa. Jatkokysymys: jos vangit saavat lahjottua siivoojan vaihtamaan kahden laatikon sisällön keskenään, vankien mahdollisuus onnistua on 100%. Miksi?

Jos sata vankia on paljon, niin kannattaa miettiä samaa ensin kymmenellä vangilla.