

Matemaattinen Logiikka

Harjoitus 1

1. Mitkä seuraavista ovat propositiologiikan lauseita (perustele vastauksesi):

- (a) $(\neg(p_1) \rightarrow p_1)$
- (b) $((p_0 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow p_0)$
- (c) $(p_0 \rightarrow \neg p_1)(p_0 \rightarrow p_0)$.

2. Näytä, että jos propositiologiikan lauseessa esiintyvien merkkien lukumäärä on parillinen (propositiosymbolit lasketaan yhdeksi merkiksi), niin lauseessa esiintyy merkki \neg .

Tehtävien 3-5 kaltaisissa tehtävissä etsimme aina ratkaisua, joka ei käytä täydellisyyslauseetta. Muita monisteen lauseita, kuten Deduktiolauseetta, saa käyttää (ellei muuta sanota).

3. Näytä, että $\vdash (\neg\neg A \rightarrow A)$.

4. Näytä, että $\vdash (A \rightarrow \neg\neg A)$.

5. Näytä, että $\vdash ((A \wedge B) \rightarrow B)$.

6. Näytä, että seuraavat ovat yhtäpitäviä:

(i) $S \vdash A$,

(ii) on olemassa äärellinen jono $(A_i)_{i \leq n}$ propositiolauseita jolla

(a) $A_n = A$,

(b) jokaisella $i \leq n$, A_i on joko S :n alkio, aksioma tai on saatu $T3$:lla jonon aikaisemmista jäsenistä.