Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

28.10.2015

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Tehtävien palautus tänä pe viimeistään **klo 16.00**. Ole ajoissa, sillä rakennus menee silloin kiinni.
- Ilmoittaudu kurssille.
- Käytä tehtävien palautuksessa uutta kurssitunnusta (M=matriisilaskenta). Loput kurssitunnukset lähetetään tänään.
- Koetulokset valmistuvat vajaan parin viikon kuluessa.

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi.

Voiko näin sanoa? Mistä sen tietää?

- Matriisi $\begin{bmatrix} 15 & -4 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ on vektori.
- Polynomi $x^2 - 4x - 16$ on vektori.
- Funktio $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{4x} - \sin(5x)$ on vektori.

Vektoriavaruus

Oletetaan, että joukossa V on määritelty yhteenlasku ja skalaarikertolasku jollakin tavalla. Jos alla listatut ehdot pätevät kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$, joukkoa V kutsutaan *vektoriavaruudeksi* ja sen alkioita *vektoreiksi*.

1. $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$.
2. $(\bar{v} + \bar{w}) + \bar{u} = \bar{v} + (\bar{w} + \bar{u})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$.
3. On olemassa niin kutsuttu *nollavektori* $\bar{0} \in V$, jolle pätee $\bar{v} + \bar{0} = \bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$.
4. Jokaisella vektorilla $\bar{v} \in V$ on niin kutsuttu *vastavektori* $-\bar{v}$, jolle pätee $\bar{v} + (-\bar{v}) = \bar{0}$.
5. $a(\bar{v} + \bar{w}) = a\bar{v} + a\bar{w}$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$ ja $a \in \mathbb{R}$.
6. $(a + b)\bar{v} = a\bar{v} + b\bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
7. $(ab)\bar{v} = a(b\bar{v})$ kaikilla $\bar{v} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$.
8. $1\bar{v} = \bar{v}$ kaikilla $\bar{v} \in V$.

Funktioiden yhteenlasku ja skalaarikertolasku.

Mitä hyötyä voi olla siitä, että funktiota ajatellaan vektorina?

Esimerkki differentiaaliyhtälöstä

$$y' + ay = 0$$

Lotka-Volterran yhtälö

$$x' = ax + bxy$$
$$y' = cxy + dy$$

- x on saaliseläinten lukumäärä
- y on petoeläinten lukumäärä
- x' ja y' ovat populaatioiden kasvunopeuksia
- a, b, c ja d ovat lajien vuorovaikutusta kuvaavia parametrejä

Miltä avaruuden $\mathbb{R}^n$ vektoreiden virittämä aliavaruus voi näyttää?

(a) Aliavaruus voi olla suunnikas.

(b) Aliavaruus voi olla kuutio.

(c) Aliavaruus voi olla ääretön kartio.

(d) Aliavaruus voi olla taululla olevassa kuvassa näkyvä joukko.