Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

26.10.2015

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Ilmoittaudu kurssille.
- Käytä tehtävien palautuksessa uutta kurssitunnusta (M=matriisilaskenta). Kurssitunnuksia ryhdytään lähettämään tämän päivän aikana.
- Koetulokset valmistuvat noin parin viikon kuluessa.

Tutustu vieressä istuvaan ihmiseen

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi.

Milloin osallistuit kurssille Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I?

(a) tänä syksynä
(b) viime syksynä
(c) aiemmin
(d) avoimessa yliopistossa
(e) joskus muulloin tai jossain muualla
(f) en ole suorittanut kurssia

Jos et osallistunut kurssin ykkösosaan tänä syksynä, lue läpi kurssisivu.

Oletko käynyt kurssin Johdatus yliopistomatematiikkaan?

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.

Lineaarialgebran kurssi kannattaa ehdottomasti käydä joko **yhtä aikaa** kurssin Johdatus yliopistomatematiikkaan kanssa tai **sen jälkeen**.

Vektori on

(a) nuoli, jolla on suunta ja pituus.
(b) suure, jolla on suunta ja suuruus.
(c) origosta lähtevä nuoli.
(d) $ai + bj$
(e) (a, b)
(f) geenitekniikan apuväline.
(g) jotain muuta.
(h) En tiedä.

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja valitse vaihtoehto, joka on lähimpänä omaa näkemystäsi.

Vektoreiden laskusääntöjä

Oletetaan, että $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in \mathbb{R}^n$ ja $a, b \in \mathbb{R}$. Tällöin

(a) $\bar{v} + \bar{w} = \bar{w} + \bar{v}$

(b) $(\bar{u} + \bar{v}) + \bar{w} = \bar{u} + (\bar{v} + \bar{w})$

(c) $\bar{v} + \bar{0} = \bar{v}$

(d) $\bar{v} + (-\bar{v}) = \bar{0}$

(e) $a(\bar{v} + \bar{w}) = a\bar{v} + a\bar{w}$

(f) $(a + b)\bar{v} = a\bar{v} + b\bar{v}$

(g) $a(b\bar{v}) = (ab)\bar{v}$

(h) $1\bar{v} = \bar{v}$

Matriisien laskusääntöjä

Oletetaan, että $A, B, C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ja $a, b \in \mathbb{R}$. Tällöin

(a) $A + B = B + A$

(b) $A + (B + C) = (A + B) + C$

(c) $A + O = A$

(d) $A + (-A) = O$

(e) $a(A + B) = aA + aB$

(f) $(a + b)A = aA + bA$

(g) $(ab)A = a(bA)$

(h) $1A = A$.

Reaalilukujen laskusääntöjä

Oletetaan, että $v, w, u \in \mathbb{R}$ ja $a, b \in \mathbb{R}$. Tällöin

(a) $v + w = w + v$

(b) $(u + v) + w = u + (v + w)$

(c) $v + 0 = v$

(d) $v + (-v) = 0$

(e) $a(v + w) = av + aw$

(f) $(a + b)v = av + bv$

(g) $a(bv) = (ab)v$

(h) $1v = v$

Sana "vektori" saa nyt uuden, yleisemmän merkityksen.

Matriisiavaruuden nollavektori ja vektoreiden vastavektorit.

Vektoriavaruus

Oletetaan, että joukossa V on määritelty yhteenlasku ja skalaarikertolasku jollakin tavalla. Jos alla listatut ehdot pätevät kaikilla $\bar{v}, \bar{w}, \bar{u} \in V$ ja $a, b \in \mathbb{R}$, joukkoa V kutsutaan *vektoriavaruudeksi* ja sen alkioita *vektoreiksi*.

1. $\bar{v}+\bar{w}=\bar{w}+\bar{v}$ kaikilla $\bar{v},\bar{w}\in V$.
2. $(\bar{v}+\bar{w})+\bar{u}=\bar{v}+(\bar{w}+\bar{u})$ kaikilla $\bar{v},\bar{w},\bar{u}\in V$.
3. On olemassa niin kutsuttu *nollavektori* $\bar{0}\in V$, jolle pätee $\bar{v}+\bar{0}=\bar{v}$ kaikilla $\bar{v}\in V$.
4. Jokaisella vektorilla $\bar{v}\in V$ on niin kutsuttu *vastavektori* $-\bar{v}$, jolle pätee $\bar{v}+(-\bar{v})=\bar{0}$.
5. $a(\bar{v}+\bar{w})=a\bar{v}+a\bar{w}$ kaikilla $\bar{v},\bar{w}\in V$ ja $a\in\mathbb{R}$.
6. $(a+b)\bar{v}=a\bar{v}+b\bar{v}$ kaikilla $\bar{v}\in V$ ja $a,b\in\mathbb{R}$.
7. $(ab)\bar{v}=a(b\bar{v})$ kaikilla $\bar{v}\in V$ ja $a,b\in\mathbb{R}$.
8. $1\bar{v}=\bar{v}$ kaikilla $\bar{v}\in V$.

Laskutoimitus

Määritelmässä lukee: ”Oletetaan, että joukossa V on määritelty yhteenlasku ja skalaarikertolasku jollakin tavalla.”

Itse keksitty laskutoimitus

Määritellään joukossa $\mathbb{R}^2$ yhteenlasku $\oplus$ ja skalaarikertolasku $\odot$ seuraavasti:

$$\begin{aligned}(x_1, x_2) \oplus (y_1, y_2) &= (x_1 + y_1 + 1, x_2 + y_2 - 1)\\ c \odot (x_1, x_2) &= (cx_1, c^2 x_2)\end{aligned}$$

Tutkitaan, onko $\mathbb{R}^2$ vektoriavaruus, kun laskutoimituksina ovat $\oplus$ ja $\odot$. Mikä vektori kelpaisi sen nollavektoriksi?

(a) Ei mikään.
(b) $(0, 0)$.
(c) $(-1, 1)$.
(d) $(1, -1)$.
(e) Kaikki edellä luetellut vektorit.

Onko vektorilla $(2, -3)$ vastavektoria?
Entä vektorilla $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$?

Mikä ei kuulu joukkoon?

Oletetaan, että $\bar{v}$ ja $\bar{w}$ ovat vektoreita. Mikä seuraavista ei kuulu joukkoon?

(a) $\bar{v}/\bar{w}$

(b) $(\bar{w} \cdot \bar{w})/(\bar{v} \cdot \bar{v})$

(c) $\bar{v} \cdot 3$

(d) $\bar{v}^2$

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.

Luennon jälkeen

- Ilmoittaudu kurssille.
- Ryhdy tekemään tehtäviä.