



HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

# **Aloittavien matematiikan opiskelijoiden varmuus omasta osaamisestaan ja sen vaikutus tehtävien ratkaisuun sekä tyypillisimmät virheet**

Helsingin yliopisto  
Matemaattisluonnontieteellinen tiedekunta  
Matematiikan laitos  
Matematiikan aineopettaja  
Pro gradu -tutkielma  
Matematiikka  
23.9.2013  
Artturi Mehto

Ohjaaja: Mika Koskenoja



Tiedekunta - Fakultet - Faculty <b>Matemaattisluonnotieteellinen</b>		Laitos - Institution - Department <b>Matematiikan laitos</b>	
Tekijä - Författare - Author <b>Artturi Mehto</b>			
Työn nimi - Arbetets titel <b>Aloittavien matematiikan opiskelijoiden varmuus omasta osaamisestaan ja sen vaikutus tehtävien ratkaisuun sekä tyypillisimmät virheet</b>			
Oppiaine - Läroämne - Subject <b>Matematiikka</b>			
Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor <b>Pro gradu -tutkielma / Mika Koskenoja</b>		Aika - Datum - Month and year <b>23.9.2013</b>	Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages <b>45 s. (+ 6 liitesivua)</b>
Tiivistelmä - Referat - Abstract <p>Tutkimuksen tavoitteena oli selvittää, kuinka matematiikan opintonsa aloittava pääaineopiskelijat osaavat ratkaista Turun ammattikorkeakoulun suunnitteleman alkutestin tehtäviä, millaisia virheitä opiskelijat tekevät ja miten varmoja opiskelijat ovat omasta osaamisestaan. Lisäksi tavoitteena oli selvittää, miten sukupuoli tai lukiomenestys vaikuttaa vastausvarmuuteen. Aiemmat tutkimuksen osoittavat, että ero osaamisessa sukupuolten välillä ei ole ollut suuri, mutta miehet ovat olleet itsevarmempia.</p> <p>Tutkimus toteutettiin kyselytutkimuksena syksyllä 2012 matematiikan opintoihin orientoivalla viikolla ennen varsinaisia yliopisto-opintoja ja tutkimuksen näyte koostui 124 matematiikan opiskelijasta. Testissä kysyttiin taustatietona opiskelijan aikaisemmista opinnoista, jonka lisäksi piti ratkaista 20 erilaista lukiotason tehtävää.</p> <p>Matematiikan opiskelijat menestyivät testissä yleisesti hyvin, mutta heikommin kuin teknillisen korkeakoulun opiskelijat, kun he tekivät saman testin vuonna 2002. Miehet ja naiset olivat keskimäärin melko samalla tasolla, mutta miehet olivat keskimäärin varmempia osaamisestaan. Aikaisempi lukiomenestys myös vaikutti vastausvarmuuteen siten, että ylioppilaskirjoituksissa arvosanan L saaneet olivat keskimäärin varmempia vastauksistaan kuin arvosanan E tai M saaneet. Myös lukion päättötodistuksesta arvosanan 10 olivat varmempia vastauksistaan kuin arvosanan 9, 8 tai 7.</p> <p>Kun opiskelijoiden yksittäisiä vastauksia tarkasteli, löytyi niistä monia mielenkiintoisia ja yllättäviä virheitä. Peruslaskutehtävissä oli monilla L:n opiskelijoilla ongelmia eikä trigonometriä ollut monella hallussa. Ylioppilaskirjoituksissa sallittujen apuneuvojen käyttö näkyi opiskelijoiden osaamattomuudessa nyt, kun niitä ei ollut lupa käyttää.</p>			
Avainsanat – Nyckelord <b>Alkutesti, yliopisto-opiskelijat, matematiikka, osaaminen, varmuus, sukupuoli</b>			
Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited			
Muita tietoja - Övriga uppgifter - Additional information			

# Sisällys

1	JOHDANTO .....	2
2	ALKUTESTI .....	3
	2.1 Alkutestin tehtävät .....	3
	2.2 Tehtävät aihepiireittäin.....	4
	2.2.1 Murtoluvut .....	4
	2.2.2 Algebran alkeet.....	4
	2.2.3 Trigonometria.....	5
	2.2.4 Logaritmilaskenta .....	5
	2.2.5 Yhtälön ratkaiseminen .....	5
	2.2.6 Analyyttinen tasogeometria.....	6
	2.2.7 Vektorilaskenta .....	6
	2.2.8 Derivointi .....	6
	2.2.9 Integrointi .....	6
3	MATEMATIIKKA JA SUKUPUOLI .....	8
	3.1 Sukupuolierot itseluottamuksessa .....	8
	3.2 Sukupuolierot osaamisessa.....	9
	3.3 Selityksiä sukupuolieroille.....	9
4	TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET .....	12
5	TUTKIMUKSEN TOTEUTUS .....	14
	5.1 Alkutestin suoritus.....	14
6	TUTKIMUKSEN TULOKSET .....	16
	6.1 Kuinka hyvin aloittavat matematiikan opiskelijat menestyvät alkutestissä?.....	16
	6.2 Kuinka varmoja uudet matematiikan opiskelijat ovat omista taidoistaan? .....	20
	6.2.1 Mikä on ero miesten ja naisten välillä? .....	20
	6.2.2 Millä tavoin ylioppilastutkinnon arvosana vaikuttaa varmuuteen? ..	23
	6.2.3 Miten sukupuoli näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein?.....	24

6.2.4	Miten ylioppilastutkinnon arvosana tai lukion päättötodistuservosana näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein? ....	26
6.3	Millä tavoin opiskelijan varmuus näkyy tehtävien ratkaisuisissa?.....	32
6.3.1	Osaavatko ne opiskelijat, jotka ovat varmoja omista vastauksistaan, tehtäviä keskimäärin paremmin kuin ne, jotka ovat epävarmoja tai arvanneet vastauksen?.....	32
6.3.2	Mikä on ero miesten ja naisten välillä? .....	33
6.3.3	Minkälaisia ovat väärät vastaukset niissä tapauksissa, joissa opiskelijalla on ollut mielestään varmasti oikea vastaus? .....	34
6.4	Tulosten tulkintaa.....	38
7	LUOTETTAVUUS .....	41
8	POHDINTAA .....	42
	LÄHTEET .....	44

## TAULUKOT

Taulukko 1: Niiden opiskelijoiden pohjatiedot, jotka ovat kirjoittaneet pitkän matematiikan suomalaisessa ylioppilaskirjoituksessa vuonna 2006–2012. ....	15
Taulukko 2: Keskiarvo ja keskihajonta eri taustatekijöillä.....	16
Taulukko 3: Tehtävien lukumäärä, jossa joko miehillä tai naisilla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus eri vastausvarmuutta. ....	21
Taulukko 4: Tehtävien lukumäärä, jossa joko miehillä tai naisilla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus eri vastausvarmuutta. Taulukossa ne opiskelijat, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein.....	25
Taulukko 5: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla. Vihreällä värillä se kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksissa. 32	
Taulukko 6: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla miesopiskelijoiden osalta. Vihreällä värillä se kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksissa. ....	33
Taulukko 7: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla naisopiskelijoiden osalta. Vihreällä värillä se kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksissa. ....	34

## KUVAT

Kuva 1: Sukupuolierojen biologisia selitysmalleja. (Hannula 2001).....	11
Kuva 2: Oikeiden vastausten prosentuaaliset osuudet tehtäväkohtaisesti .....	18
Kuva 3: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä matematiikan laitoksella syksyllä 2012 .....	18
Kuva 4: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä Turun Amk:ssa vuosina 1999-2003 niiden opiskelijoiden osalta, jolla oli pohjakoulutuksena lukion pitkä matematiikka.....	19
Kuva 5: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä Otaniemessä 2002 .....	19
Kuva 6: Opiskelijoiden vastausvarmuuksien prosentuaaliset osuudet tehtävissä 1-11.....	21
Kuva 7: Opiskelijoiden vastausvarmuuksien prosentuaaliset osuudet tehtävissä 12-20.....	22
Kuva 8: Erot varmuudessa miesten ja naisten välillä. Kun prosentit ovat positiivisia, niin miehillä suurempi prosenttiosuus varmasti oikein vastauksia. Kun prosentit ovat negatiivisia, niin naisilla suurempi prosenttiosuus varmasti oikein vastauksia. ....	23
Kuva 9: Prosenttiosuudet joka tehtävän osalta eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka uskovat vastanneensa tehtävään täysin oikein. Tehtävät sellaisessa suuruusjärjestyksessä, jossa arvosanan L saaneet ovat antaneet mielestään täysin oikean vastauksen. ....	24

Kuva 10: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein .....	25
Kuva 11: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja ratkaisusta.....	25
Kuva 12: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet ratkaisunsa.	26
Kuva 13: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein .....	27
Kuva 14: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja ratkaisustaan. ....	28
Kuva 15: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet ratkaisunsa.....	28
Kuva 16: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein .....	30
Kuva 17: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja vastauksestaan. ....	31
Kuva 18: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet vastauksestaan. ....	31

# 1 Johdanto

Matematiikan tehtävien ratkaisemisessa tapahtuu usein virheitä. Joskus ne ovat huolimattomuusvirheitä, jotka ovat liian hosumisen ja korkean itsevarmuuden seurauksia. Joskus ne ovat jo alakouluiässä opittuja virhekäsityksiä, joita kukaan ei ole huomannut korjata. Virheitä sattuu kaikille ja varsinkin, jos ei ole täysin varma, mitä tekee. Usein kuulee myös sanottavan, että miehet ovat itsevarmempia kuin naiset, vaikka naiset tekisivätkin vähemmän virheitä.

Hyvä menestyminen ylioppilaskokeessa ei välttämättä tuo esille todellista matemaattista osaamista ja syvällistä ymmärrystä. Sallittuja apuneuvoja ovat pitkään olleet taulukkokirja ja graafinen laskin ja vuoden 2012 keväästä lähtien on sen lisäksi ollut sallittua käyttää symbolista laskinta, joka mm. ratkaisee yhtälöt, derivoi sekä integroi. Lohjan Yhteislyseon tutkielman mukaan kevään 2013 ylioppilaskirjoituksissa yhdeksän tehtävää on saattanut ratkaista symbolisella laskimella ilman matemaattista osaamista.

Tutkielmassani käyn läpi alkutestiä, joka tehtiin uusille matematiikan opiskelijoille syksyllä 2012. Testissä oli 20 erilaista matematiikan tehtävää, jotka piti ratkaista ja niiden oheen merkittiin, kuinka varma oli omasta osaamisestaan. Lisäksi pohjatietona kysyttiin mm. sukupuolta, ylioppilastutkinnon arvosanaa sekä lukion päättötodistuksen arvosanaa. Käyn läpi opiskelijoiden tyyppivirheitä, varmuutta ja eroja sekä miesten ja naisten välillä että eri ylioppilastutkinnon ja lukion päättötodistus arvosanojen saaneiden välillä.

## 2 Alkutesti

Alkutesti on alun perin suunniteltu Turun ammattikorkeakoulun uusille insinööriopiskelijoille, kun tekniikan ja liikenteen alan matematiikan opettajat hämmästelivät, kuinka uudet opiskelijat sieventävät lausekkeita. Opettajat olivat sitä mieltä, että matematiikan osaaminen heikkenee vuosi vuodelta. Vuonna 1998 opettajat päättivät ryhtyä tutkimaan asiaa ja he tekivät testin uusille aloittaville tekniikan alan opiskelijoille. Testi pidettiin vuosina 1999–2004 ja 2008 ja sen suunnitteluun osallistui noin 20 opettajaa. Yhteensä 2816 Turun ammattikorkeakoulun opiskelijaa on tehnyt testin vuoteen 2009 mennessä.

Testi on pidetty myös Otaniemessä Teknillisessä korkeakoulussa syksyllä 2002 ja 2003 ja Helsingin yliopiston matematiikan opiskelijoille keväällä 2012, syksyllä 2012 sekä keväällä 2013.

Alkutesti (liite 1) on kolmesivuinen, jossa ensimmäisellä sivulla kysytään pohjatietoja. Lähtötasotestin toisella ja kolmannella sivulla on itse testi, jossa on 20 tehtävää lukion pitkän matematiikan satunnaisilta eri kursseilta. Pohjatiedoissa kysytään sukupuolta, pääainetta sekä pohjakoulutusta. Pohjakoulutuksesta kysytään onko lukenut lukion pitkän vai lyhyen matematiikan kurssit tai onko käynyt jonkin muun pohjakoulutuksen, mikä oli päättötodistuksen arvosana, mikä oli ylioppilaskirjoitusvuosi, kirjoittiko lyhyen vai pitkän matematiikan, pakollisena vai ylimääräisenä ja mikä oli matematiikan arvosana ylioppilaskirjoituksissa.

### 2.1 Alkutestin tehtävät

Alkutestissä tutkitaan lähinnä yleisimpien matemaattisten merkintöjen tuntemista ja peruslaskutaitoja. Matemaattiset taidot luokitellaan PISA-tutkimuksessa seuraaviin taitoluokkiin:

- taitoluokka 1: *yksinkertaiset laskutehtävät tai määritelmät*
- taitoluokka 2: *tiedon yhdisteleminen ja yhteyksien muodostaminen suoraan esitettyjen ongelmien ratkaisemiseksi.*



- taitoluokka 3: *matemaattinen ajattelu, yleistäminen, oivaltaminen, analysoiminen, tilanteen matemaattisten tekijöiden tunnistaminen ja matemaattisen ongelman itse muotoileminen.* (Väljærvi & Linnakylä, 2002)

Alkutestissä keskitytään Tuohen mukaan taitoluokan 1 mukaisen osaamisen tutkimiseen. Soveltamista käytännön tilanteisiin tai ongelmanratkaisutaitoja tai oivaltamista testissä ei tutkittu. (Tuohi, Helenius & Hyvönen, 2004)

## 2.2 Tehtävät aihepiireittäin

Tehtävät koostuivat koulumatematiikan sisältöalueilta ja aiheita oli: aritmetiikka, algebra, trigonometria, analyttinen tasogeometria, vektorilaskenta, derivointi ja integrointi. Tehtävissä piti itse antaa oikea ratkaisu lukuun ottamatta analyttisen tasogeometrian tehtävää, jossa piti yhtälöstä tunnistaa oikeanlainen kuvaaja. Tehtävät 1-9 olivat kaikki sievennystehtäviä, mutta aihealue saattoi muuten vaihdella. Tehtävistä ainakin 5,6,7,8,9,17,18,19 ja 20 ovat sellaisia, joissa lukio-lainen varmasti turvautuisi taulukkokirjaan. Sen sijaan jokainen tehtävä on sellainen, joka on ratkaistavissa symbolisella laskimella erittäin vähäisellä matemaatiikan osaamisella. Tässä testissä taulukkokirjaa ja laskinta ei saanut käyttää.

### 2.2.1 Murtoluvut

Tehtävissä 10 ja 2 käsiteltiin murtolukuja. Tehtävässä 10 piti järjestää neljä murtolukua  $\frac{2}{7}, \frac{2}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}$  suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan. Tehtävässä 2

piti osata sieventää lauseke  $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{4}$ .

### 2.2.2 Algebran alkeet

Tehtävät 1,3,4,5 ja 6 voidaan luokitella mittaavan algebran alkeiden osaamista. Tehtävässä 1 ratkaistiin kahden kokonaisluvun itseisarvojen yhteenlasku. Tehtävässä 3 ratkaistiin neliöjuuri kahden kokonaisluvun neliön summasta. Tehtävässä 4 piti osata sieventää lauseke. Tehtävissä 5 ja 6 testattiin, osaavatko opiskelijat käyttää algebran peruskaavoja  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ja  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ . Tehtävässä 5 helpottaa, jos muistaa ensimmäisen peruskaavoista, mutta oleellista on hallita sulkujen poistaminen ja samanmuotois-

ten termien yhdistäminen. Jos tehtävässä 6 ei muistanut toista algebran peruskaavoista, saattoi tehtävän ratkaisusta tulla hankalaa.

### 2.2.3 Trigonometria

Trigonometrian osaamista mitattiin alkutestin tehtävissä 7 ja 8. Tehtävässä 7 pyydettiin sieventämään  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , joten tehtävän suorittaminen edellytti sinin määritelmän tuntemista sekä ymmärrystä kulman mittaamisesta radiaaneina. Tehtävässä 8 piti osata tuntea trigonometrian peruskaava  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , joka Tuohen mukaan sisältyy jo peruskoulun oppimäärään. Tosiasia ainakin on, että perusopetuksen opetussuunnitelmassa ainakin *trigonometria* on osa geometrian keskeistä sisältöä, mutta mitä se sitten kattaa on toinen asia. Peruskaavasta ei mainita perusopetuksen opetussuunnitelmassa mitään. Sen sijaa lukion opetussuunnitelmassa mainitaan kurssin 9. *Trigonometriset funktiot ja lukujonot (MAA9)* tavoitteiden kolmannessa kohdassa seuraavaa: ”Kurssin tavoitteena on, että opiskelija... osaa trigonometrinen funktioiden yhteydet  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \dots$ ”, joten voisi siis odottaa, että tämä tehtävä suoritetaan hyvällä menestyksellä. Lukiossa varmasti molempiin tehtäviin olisi etsitty vastusta taulukkokirjasta.

### 2.2.4 Logaritmilaskenta

Tehtävä 9 oli logaritmilaskutehtävä, jossa täytyi osata logaritmilaskennan peruskaava  $\log_a(x^n) = n \log_a(x)$ . Taulukkokirjan käyttö olisi ollut jälleen helpottava tekijä, mutta voisi olettaa, että lukion pitkän matematiikan käynyt osaisi logaritmitikaavat ulkoa.

### 2.2.5 Yhtälön ratkaiseminen

Tehtävät 11,12 ja 13 edellyttivät yhtälönratkaisutaitoja. Tehtävässä 11 piti ratkaista  $R$  kaavasta  $U = E - IR$ . Tehtävässä 12 piti ratkaista yhtälö  $x^2 - 2 = 0$ . Tehtävän ratkaisu vaati osata siirtää vakio-termi yhtälön toiselle puolelle ja antaa ratkaisuksi molemmat juuret  $\sqrt{2}$  ja  $-\sqrt{2}$ . Tehtävässä 13 taas pyydettiin ratkaisemaan yhtälö, joka oli muotoa  $x^2 - 2x = 0$ . Vastaukseksi vaadittiin taas kaksi ratkaisua (0 ja 2).

### 2.2.6 Analyttinen tasogeometria

Tehtävä 14 ja sen kolme kohtaa a, b ja c käsittelivät analyttistä tasogeometri-  
aa. Tehtävässä 14a piti osata tunnistaa neljästä suoran yhtälöstä sellainen yh-  
tälö, joka on nouseva ja leikkaa y-akselin kohdassa 5. Tehtävässä 14b piti osa-  
ta tunnistaa neljästä paraabelin yhtälöstä alaspäin aukeava paraabeli. Tehtä-  
vässä 14c piti tunnistaa neljästä yhtälöstä se, joka esittää origokeskistä ympy-  
rää, jonka säde on 5.

### 2.2.7 Vektorilaskenta

Tehtävät 15 ja 16 käsittelivät vektoreita. Tehtävässä 15 oli määritettävä taso-  
vektorin  $(6\vec{i} - 8\vec{j})$  pituus. Tehtävän ratkaiseminen vaati yksikkövektoreiden  $\vec{i}$   
ja  $\vec{j}$  tunnistamista ja niiden käytön ymmärtämistä ja myös käsitteen vektorin pi-  
tuus ymmärtämistä. Jos opiskelija nämä asiat hallitsi, oli varsinaisena laskuteh-  
tävänä ratkaista lasku  $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ . Varsinainen laskutehtävä  
oli siis samanlainen kuin tehtävässä 3, jossa oli sievennettävä lauseke  $\sqrt{3^2 + 4^2}$ .

Tehtävä 16 oli myös vektoreihin liittyvä tehtävä, jossa piti vähentää annetusta  
tasovektorista  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  toinen tasovektori  $\vec{b} = -5\vec{i} - 2\vec{j}$ . Tehtävä vastasi  
kahden binomin vähennyslaskua. Täytyi muistaa merkkisäännöt ja oli yhdistet-  
tävä samanmuotoiset termit.

### 2.2.8 Derivointi

Tehtävässä 17 piti osata derivoida  $x$ :n suhteen lauseke  $x^3 + 2x - 1$ . Tehtävä  
18 oli muuten tasoltaan vastaava kuin tehtävä 17, jos vain ymmärsi merkinnän

$$\frac{dV}{dr}, \text{ kun } V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

### 2.2.9 Integrointi

Alkutestin kaksi viimeistä tehtävää käsittelivät integroimista. Tehtävässä 19 piti  
osata määrittää  $\int 2x \, dx$ . Tehtävä oli varsin helppo, kunhan muisti antaa vasta-  
ukseen myös vakiotermin. Oikeaksi vastaukseksi kelpasi  $x^2 + C$ . Vastausta

$x^2$  ei hyväksytty. Tehtävässä 20 piti määrittää  $\int_0^1 e^x dx$ . Tehtävän suorittaminen vaati määrätyn integraalin ja perusintegroimissääntöjen tuntemista sekä tietoa siitä, että  $e^0 = 1$ . Oikeaksi vastaukseksi kelpasi  $e - 1$ .

### 3 Matematiikka ja sukupuoli

Perusopetuksen yhtenä arvopohjana on sukupuolten välinen tasa-arvo.

*”Opetuksessa... edistetään sukupuolten välistä tasa-arvoa antamalla tytöille ja pojille valmiudet toimia yhtäläisin oikeuksin ja velvollisuuksin yhteiskunnassa sekä työ- ja perhe-elämässä.”* (Opetushallitus, 2003)

Eroja osaamisessa ja asenteissa ei siis opetuksen seurauksena kuuluisi olla, mutta kuitenkin peruskoulun päättyessä tytöt ja pojat ovat oppineet eri asioita matematiikasta.

#### 3.1 Sukupuolierot itseluottamuksessa

Pojat pitävät matematiikkaa miesten alana enemmän kuin tytöt (Frost, Hyde & Fennema, 1994). Useiden tutkimusten mukaan teini-ikäiset pojat myös luottavat omiin taitoihinsa enemmän kuin tytöt (mm. Bohlin, 1994; Hannula & Malmivuori, 1996; Kupari, 1996; Leder, 1995). Tytöt nimenomaan epäilevät juuri omia taitojaan, sillä he luottavat muiden tyttöjen osaamiseen enemmän kuin omaan osaamiseen. (Jones & Smart, 1995) Kun tytöt menestyvät matematiikassa, he pitävät sitä kovan työn tai hyvän onnen ansiona. Pojat pitävät onnistumisiaan omien kykyjensä ansiona. Jos taas tytöt eivät menesty matematiikassa, he uskovat sen johtuvan omista heikoista taidoista. Pojat uskovat epäonnistumisen johtuvan laiskuudesta tai huonosta onnesta (Orenstein, 2000).

Opetushallitus arvioi keväällä 2007 kuudennen vuosiluokan matematiikan oppimistuloksia ja oppilaiden asenteita matematiikkaa kohtaan. Sama arviointi tehtiin myös vuonna 2000. Vuoden 2007 testissä asennekartoituksessa todettiin, että pojat luottavat omiin taitoihinsa enemmän kuin tytöt. Samanlaisia tuloksia saatiin myös vuoden 2000 testissä (Niemi, 2008).

Suomessa siinä vaiheessa, kun on mahdollisuus tehdä itse valintoja opiskelunsa suhteen, matematiikkaan liittyvät valinnat ovat selvästi sukupuolittuneet. Lukiossa pitkän matematiikan kursseilla enemmistö on poikia. Myös yliopistojen ja ammattikorkeakoulujen teknisillä aloilla tyttöjä näkyy vähemmän. Asenne-erot

varsin todennäköisesti selittävät erot valinnoissa. Tutkimuksissa on todettu, että poikien asenne matematiikka kohtaan on myönteisempi kuin tyttöjen (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen, Soro, 2004).

### **3.2 Sukupuolierot osaamisessa**

Opetushallituksen vuonna 2007 teettämässä testissä pojat menestyivät keskimäärin paremmin kuin tytöt, vaikkakin ero ei ollut suuri. Pojista oli myös suurempi osa huippuosajia. Pojat menestyivät paremmin osa-alueella ”luvut, laskutoimitukset ja algebra” sekä ”Tietojen käsittely, tilastot ja todennäköisyys”. Tytöt sen sijaan osasivat paremmin geometriaa. Tulos oli vuoden 2000 testiin nähden päinvastainen, sillä silloin tytöt menestyivät paremmin ja pojat osasivat paremmin geometriaa. (Niemi, 2008)

Kansainvälisten tutkimusten mukaan aritmetiikassa ja algebrassa sukupuolieroja ei ole juurikaan ollut. Sen sijaan geometriassa ja ongelmanratkaisutehtävissä pojat ovat pärjänneet tyttöjä paremmin. Tehtävyyteistä laskutaitoa mittaavat tehtävät ovat olleet tyttöjen vahvaa aluetta. Matemaattisten käsitteiden ymmärtämisessä sukupuolieroja ei näyttäisi olevan. (Hannula, Kupari, Pehkonen, Räsänen, Soro 2004).

Useita tutkimuksia kokoavissa meta-tutkimuksissa ero poikien hyväksi on pieni ja ero on kaventunut jatkuvasti (Hyde 1981, Hyde, Fennema & Lamon 1990). Ero sukupuolten välillä on siis pieni ja eroa nähdään molemmin puolin.

Kun tutkitaan matemaattisesti huippulahjakkaita, sukupuolieroja näkyy. Parhaan 5 prosentin joukossa on ollut jopa viisi kertaa enemmän miehiä kuin naisia ja tämä suhde on jatkunut pitkään (Benbow, 1988a,b, Hyde & Mertz, 2009).

### **3.3 Selityksiä sukupuolieroille**

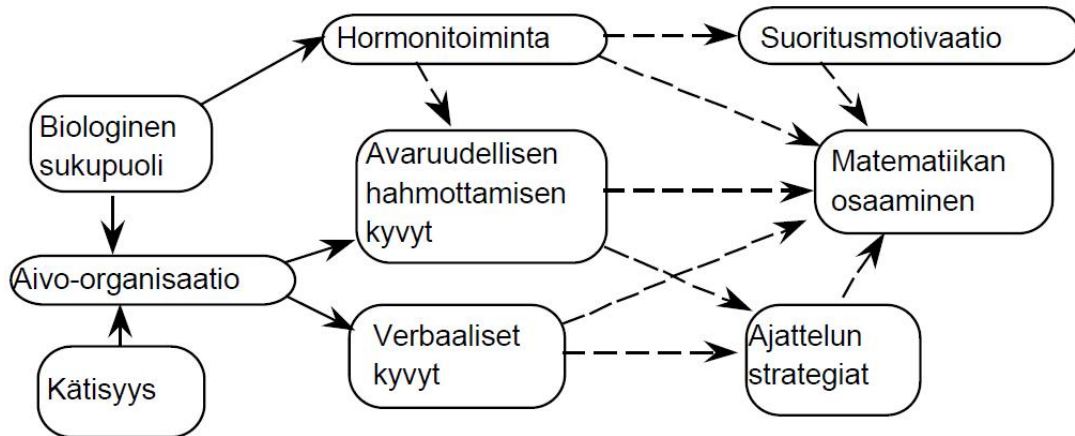
Matematiikassa sukupuolieroille on monia selityksiä. On tutkijoita, jotka uskovat sukupuolierojen matemaattisessa osaamisessa johtuvan synnynnäisistä tekijöistä. Vastakkainen puoli tutkijoista uskoo biologisten tekijöiden vaikuttavan vain eroihin fysiologiassa ja varsinaisten käyttäytymiserojen johtuvan ympäristö-

tekijöistä. Asiaa on vaikeaa tutkia, sillä sukupuoli vaikuttaa ympäristötekijöihin. Vielä 1800-luvulla sanottiin, että naisten aivot ovat pienemmät kuin miesten, joten naisten ei uskottu menestyvän matematiikkaa vaativissa tehtävissä (Hannula, 2001).

Yksi suosittu selitys matematiikan taitoeroihin on sukupuolten välinen ero avaruudellisen hahmottamiskyvyn kehittämisessä varhaislapsuudessa. Pojat elämän ensimmäisistä hetkistä alkaen keskittyvät katselemaan enemmän esineitä. Tytöt sen sijaan keskittyvät katselemaan enemmän muita ihmisiä (Connellan, Baron-Cohen, Wheelwright, Batki, & Ahluwalia, 2000). Ympäristötekijöiden kannattajat ovat tuoneet esiin mahdollisuuden, että erot johtuvat lapsuuden aikaisista leikeistä. Pojat yleensä leikkivät tyttöjä enemmän autoilla, palikoilla ja legoilla, joka kehittää juuri heidän avaruudellista hahmottamiskykyä. (Kelly, Smail & Whyte, 1981; Sutherland, 1982)

Myös itseluottamuserot selitetään sekä biologisilla tekijöillä että ympäristötekijöillä. Tutkimusten mukaan sukupuolihormonit ovat murrosiän aikaan yksi selittävä tekijä. Naisilla kuukautiskierrosta johtuvat hormonivaihtelut vaikuttavat mielialaan (McKeever, 1995). Sanotaan, että sosiaaliset kokemukset vaikuttavat myös sukupuolihormonin tasoon. Onnistuminen ja vallan tunne nostaa mieshormonitasoa, kun taas epäonnistuminen ja alistumisen tunne nostaa ihmisen naishormonin tasoa (Hannula, 2001).

Sukupuolierojen biologisia selitysmalleja on lueteltu kuvaan 1. Biologisella sukupuolella on vaikutusta joihinkin kykyihin, mutta ei ole onnistuttu vakuuttavasti todistamaan, että tämä selittäisi myös sukupuolierot matemaattisessa osaamisessa, mikä on osoitettu kuvan katkoviivoilla. Sen merkitys on vähäinen verrattuna esimerkiksi kotitaustaan.



Kuva 1: Sukupuolierojen biologisia selitysmalleja. (Hannula 2001)

Ympäristötekijät voidaan luokitella kolmeen ryhmään: (1) tyttöjen ja poikien erilainen kohtelu, (2) perinteisten roolimallien välittyminen sekä (3) aktiivisen tasa-arvo-otteen puuttuminen (Lampela & Lahelma, 1996). Opettaja saattaa itse huomaamattaan eleillään ja teoillaan tehdä matematiikasta poikien aineen. Opettaja saattaa keskustella poikien kanssa enemmän kuin tyttöjen ja antaa heille apua herkemmin (Kling, Hyde, Showers, Carolin, Buswell, 1999). Poikien epäonnistumiseen ollaan enemmän pettyneitä kotona kuin tyttöjen (Soro, 2002). Kotona vanhemmat saattavat panostaa enemmän auttamaan poikia matematiikassa kuin tyttöjä ja jos tyttö ei saa tehtäviä ratkaistua, sanotaan hänelle ”Ei se haittaa, vaikka et osaa. Sehän on muutenkin enemmän poikien juttu”. Usein isät auttavat lasta matematiikan tehtävissä enemmän kuin äidit. Äidit sen sijaan auttavat enemmän äidinkielen tehtävissä (Kelly & al. 1982).

Ympäristötekijöiden tärkeyttä korostaa se, että samaan aikaan sukupuolierojen kaventuessa naisten määrä on lisääntynyt sekä peruskoulutuksen puolella että matemaattista kykyä vaativissa ammateissa ja koulutusaloilla (Hannula 2001).



## 4 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on ensinnäkin tutkia, miten aloittavat matematiikan pääaineopiskelijat menestyvät alkutestissä, miten pohjakoulutus vaikuttaa tulokseen ja millaiset ovat erot verrattuna muihin korkeakouluihin.

Toisena tarkoituksena on kuvata, kuinka suuri on uusien matematiikan opiskelijoiden varmuus omasta osaamisestaan. Tutkitaan erikseen, mikä on ero miesten ja naisten välillä ja miten lukiossa saatu matematiikan pohjakoulutus vaikuttaa vastausvarmuuteen. Tutkitaan myös, miten ylioppilastutkinnon arvosana vaikuttaa vastausvarmuuteen niissä tapauksissa, jossa opiskelijat ovat vastanneet tehtävään oikein.

Kolmantena tarkoituksena on tutkia, miten varmuus näkyy tehtävän ratkaisussa. Tutkitaan, menestyvätkö varmat opiskelijat paremmin kuin epävarmat tai vastauksen arvanneet opiskelijat ja lisäksi millaisia ovat ne väärät vastaukset, johon opiskelijalla on ollut mielestään varmasti oikea vastaus. Lisäksi vertaillaan eroa miesten ja naisten välillä.

1. Miten aloittavat matematiikan opiskelijat menestyvät alkutestissä?
  - a. Miten eri taustatekijät näkyvät tuloksissa?
  - b. Millainen on ero verrattuna muihin korkeakouluihin?
  
2. Kuinka varmoja uudet matematiikan opiskelijat ovat omista taidoistaan?
  - a. Mikä on ero miesten ja naisten välillä?
  - b. Millä tavoin ylioppilastutkinnon arvosana vaikuttaa varmuuteen?
  - c. Miten sukupuoli näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein?
  - d. Miten ylioppilastutkinnon arvosana tai lukion päättötodistusarvosana näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein?
  
3. Millä tavoin opiskelijan varmuus näkyy tehtävien ratkaisuisissa?
  - a. Osaavatko ne opiskelijat, jotka ovat varmoja omista vastauksistaan, tehtäviä keskimäärin paremmin kuin ne, jotka ovat epävarmoja tai arvanneet vastauksen?
  - b. Mikä on ero miesten ja naisten välillä?
  - c. Minkälaisia ovat väärät vastaukset niissä tapauksissa, joissa opiskelijalla on ollut mielestään varmasti oikea vastaus?

Kaikkiin tutkimuskysymyksiin etsitään vastausta taulukoimalla opiskelijoiden täyttämät pohjatietolomakkeet, lomake omasta varmuudesta sekä onko opiskelija vastannut tehtävään oikein vai väärin.

Ensimmäiseen tutkimuskysymykseen haetaan vastausta laskemalla keskiarvo ja vertaamalla sitä Turun ammattikorkeakoulun vuonna 1999–2003 tehtyjen testien keskiarvoon sekä Teknillisen korkeakoulun vuonna 2002 tehtyyn alkutestiin. Verrataan myös eroja, millä tavalla eri korkeakoulujen opiskelijoiden pistemäärät ovat jakautuneet.

Toiseen tutkimuskysymykseen etsitään vastausta tutkimalla varmojen vastauksien prosenttiosuuksia jokaisen tehtävän osalta ja vertaamalla sekä miesten ja naisten prosenttiosuuksia keskenään että eri arvosanoja ylioppilaskirjoituksissa saaneiden prosenttiosuuksia keskenään. Toisen tutkimuskysymyksen viimeiseen kohtaan etsitään vastausta tutkimalla niitä alkutestin oikeita vastauksia, johon opiskelija on mielestään vastannut varmasti oikein. Verrataan näissä tapauksissa tehtäväkohtaisesti, mitä ylioppilastutkinnon arvosanaa tai lukion päättötodistuksen arvosanaa on prosentuaalisesti eniten ja mitä vähiten.

Kolmanteen tutkimuskysymykseen etsitään vastausta vertaamalla tehtäväkohtaisesti, miten eri varmuudella vastanneiden oikeiden vastausten prosenttiosuudet eroavat toisistaan. Tutkitaan prosenttiosuuksien eroja lisäksi erikseen miehillä ja naisilla. Luetellaan yleisimpiä virheitä niissä tapauksissa, kun opiskelija on mielestään vastannut varmasti oikein.

## 5 Tutkimuksen toteutus

### 5.1 Alkutestin suoritus

Testin suorittivat Helsingin yliopiston uudet matematiikan opiskelijat syksyllä 2012 yliopisto-opintoihin orientoivalla viikolla ennen kuin varsinaiset matematiikan opinnot alkoivat. Heillä ei ollut siis ehtinyt olla yliopisto-opetusta vielä ollenkaan, joten pohjakoulutuksena heillä oli lukio-opinnot tai jokin muu toisen asteen koulutus. Testistä ei kerrottu mitään etukäteen opiskelijoille, eikä testissä saanut käyttää mitään apuvälineitä, kynää ja kumia lukuun ottamatta. Sitä vastoin opiskelijoille kerrottiin, että testin tarkoitus on tarkistaa heidän matemaattinen lähtötaso, ja että sillä ei ole mitään vaikutusta kurssien arvosanoihin. Opiskelijat olivat suhtautuneet testiin vakavasti ja pyrkineet antamaan totuuden mukaisen kuvan heidän omasta osaamisestaan. Ilmapiiri testauksen aikana oli siis hyvä. Alkutestissä tutkittiin yleisimpien matemaattisten merkintöjen tuntemista ja peruslaskutoimitusten hallintaa. Aikaa testin tekemiseen oli käytettävänä 1 tunti, jonka aikana täytettiin pohjatietokysely sekä ratkaistiin 20 matematiikan tehtävää. Tehtävistä sai joko 1 tai 0 pistettä, jos ne osasi ratkaista, eikä puolikkaita pisteitä jaettu, joten vastauksen täytyi olla täysin oikein. Esimerkiksi toisen asteen yhtälön ratkaisutehtävässä vastauksesta täytyi löytyä molemmat juuret.

Vastauspapereita oli yhteensä 143. Valikoin opiskelijoista vain matematiikan pääaineopiskelijat, joita oli yhteensä 132. Käytyäni läpi nämä paperit päädyin vielä poistamaan otoksesta ne, jotka olivat kirjoittaneet lyhyen matematiikan (2 henkilöä) ja ne, jotka eivät olleet suorittaneet pitkää matematiikkaa suomalaisessa ylioppilaskokeessa vuonna 2006 tai sen jälkeen (6 henkilöä). Tällä tavalla sain otoksesta sellaisen, että opiskelijoilla on mahdollisimman samanlainen pohjakoulutus takanaan, suomalaisen lukion pitkä matematiikka suoritettuna ja vielä vuoden 2003 opetussuunnitelman asettamilla opetuksen tavoitteilla. Näin otoksen kooksi muodostui lopulta 124 aloittavaa matematiikan opiskelijaa.

Taulukosta 1 nähdään, millaisia olivat opiskelijoiden pohjatiedot. Otoksen opiskelijoita oli siis 124, joista enemmistö oli miehiä. Yli sata opiskelijaa oli saanut lukion päättötodistukseen pitkästä matematiikasta arvosanan 9 tai 10. Myös yli sata opiskelijaa oli saanut ylioppilaskokeesta arvosanan E tai L. Selkeästi suu-

rin osa opiskelijoista oli saanut arvosanan E. Yli puolet opiskelijoista oli kirjoittanut ylioppilaaksi vuoden 2012 keväällä ja lähes kaikki vuoden 2010 jälkeen.

UUSIEN OPISKELIJOIDEN LÄHTÖTASOTESTI (syksy 2012)	
Opiskelijoita	124
Miehiä	69
Naisia	55
Lukion päättötodistuksessa arvosana 10	51
Lukion päättötodistuksessa arvosana 9	50
Lukion päättötodistuksessa arvosana 8	15
Lukion päättötodistuksessa arvosana 7	5
Ei vastausta	3
Ylioppilaskirjoituksissa arvosana L	28
Ylioppilaskirjoituksissa arvosana E	78
Ylioppilaskirjoituksissa arvosana M	16
Ylioppilaskirjoituksissa arvosana B	1
Ei vastausta	1
Ylioppilaaksi vuonna 2012	64
Ylioppilaaksi vuonna 2011	41
Ylioppilaaksi vuonna 2010	10
Ylioppilaaksi vuonna 2009	3
Ylioppilaaksi vuonna 2008	3
Ylioppilaaksi vuonna 2007	1
Ylioppilaaksi vuonna 2006	2

Taulukko 1: Niiden opiskelijoiden pohjatiedot, jotka ovat kirjoittaneet pitkän matematiikan suomalaisessa ylioppilaskirjoituksessa vuonna 2006–2012.

## 6 Tutkimuksen tulokset

### 6.1 Kuinka hyvin aloittavat matematiikan opiskelijat menestyvät alkutestissä?

Taulukosta 2 nähdään, miten matematiikan opiskelijat menestyivät alkutestissä. Opiskelijat saivat keskimäärin alkutestissä 14,79 tehtävää oikein. Vastaava keskiarvo oli Otaniemessä teknillisessä korkeakoulussa vuonna 2002 16,29 ja Turun ammattikorkeakoulun vuosilta 1999–2003 niillä opiskelijoilla, joilla oli pohjakoulutuksena lukion pitkä matematiikka, oli keskiarvo 10,02. Alkutesti tehtiin teknillisessä korkeakoulussa myös vuonna 2003, mutta kopiointivirheen takia siitä puuttui tehtävä 11, joten käytän vertailussa vain vuoden 2002 tuloksia. (Tuohi, Helenius & Hyvönen, 2004)

KESKIARVO	KESKIHAJONTA	
14,79	3,11	KAIKKI
15,07	3,10	MIEHET
14,44	3,13	NAISET

16,79	2,60	YO ARVOSANA L
14,53	2,85	YO ARVOSANA E
13	3,58	YO ARVOSANA M

15,94	2,89	LUKION PÄÄTTÖTODISTUS ARVOSANA 10
14,22	2,96	LUKION PÄÄTTÖTODISTUS ARVOSANA 9
13	3,11	LUKION PÄÄTTÖTODISTUS ARVOSANA 7 TAI 8

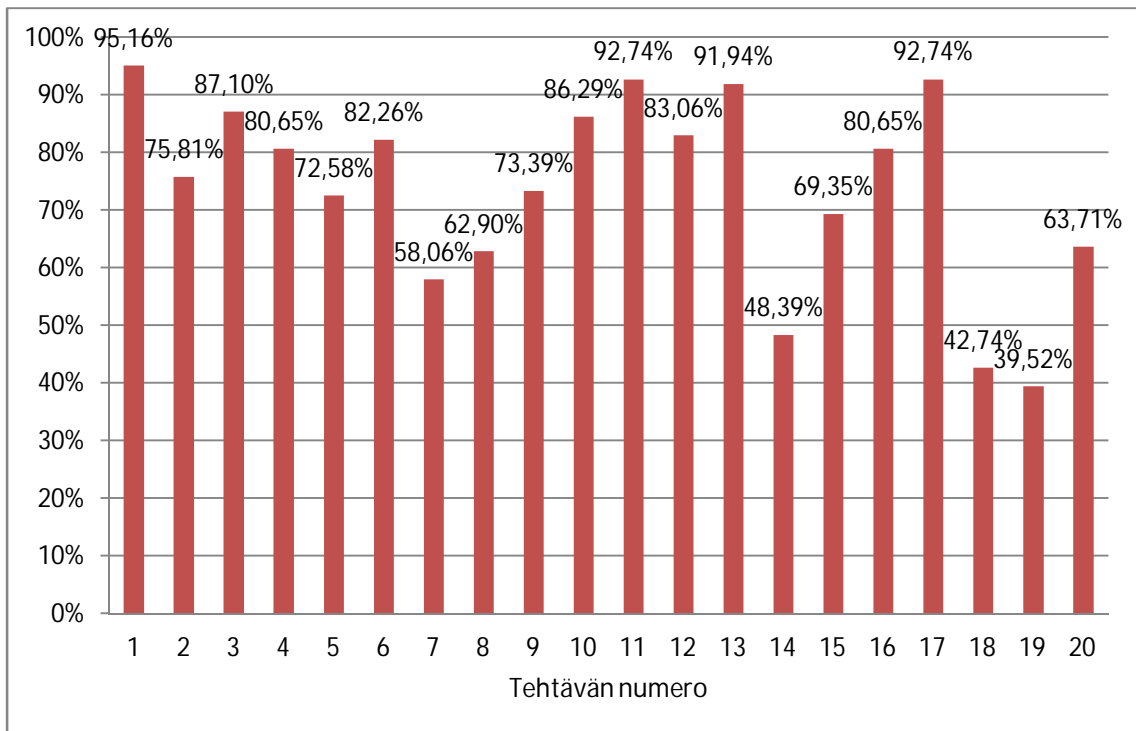
15,52	3,03	KIRJOITTI YLIOPPILAAKSI VUONNA 2012
13,88	3,07	KIRJOITTI YLIOPPILAAKSI VUONNA 2011
14,32	3,04	KIRJOITTI YLIOPPILAAKSI VUONNA 2010 TAI AIEMMIN

Taulukko 2: Keskiarvo ja keskihajonta eri taustatekijöillä

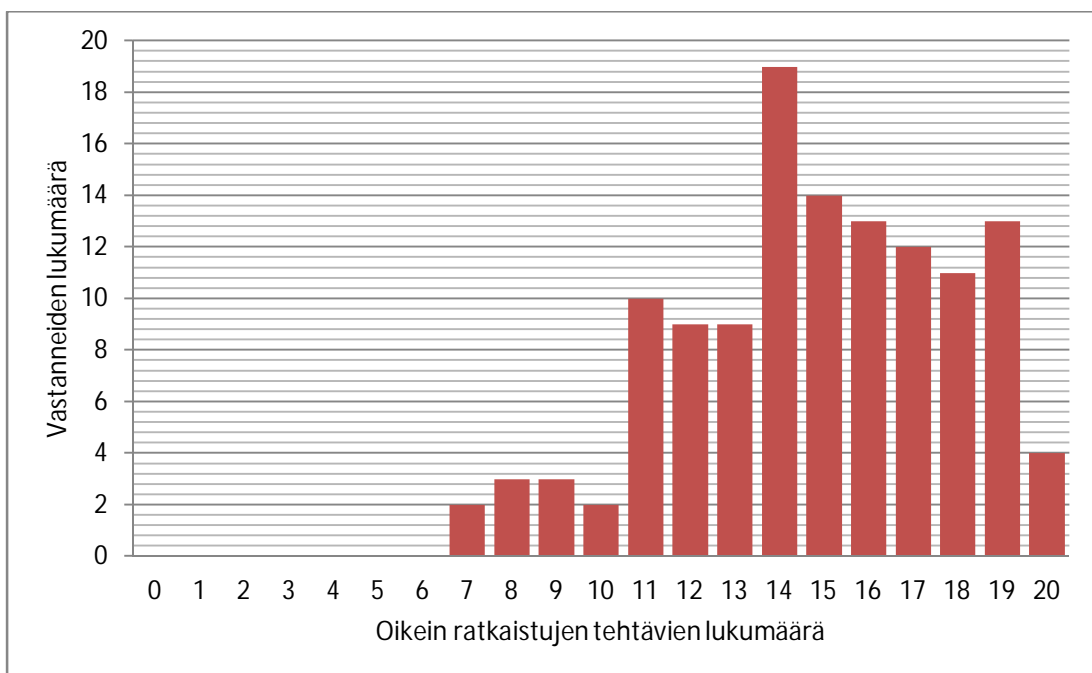
Miehet ovat menestyneet hieman paremmin kuin naiset, mutta ero ei ole suuri. Miehillä keskiarvo oli 15,07 kun naisilla se oli 14,44. Eroa oli siis vain 0,63 pistettä. Sen sijaan eroa näkyy keskiarvoissa, kun verrataan opiskelijoiden lukio-menestystä. Ylioppilasarvosanan L saaneiden keskiarvo oli 16,79, kun arvosanan M saaneiden keskiarvo oli 13,00. Eroa oli siis 3,79 pistettä. Lukion päättötodistukseen arvosanan 10 saaneiden keskiarvo oli 15,94, kun arvosanan 7 tai

8 saaneiden keskiarvo oli 13,00. Eroa oli siis 2,94 pistettä. Ylioppilaaksi kirjoittamisvuosikin vaikutti. Niiden opiskelijoiden keskiarvo, jotka olivat kirjoittaneet ylioppilaaksi vuonna 2012, oli 15,52. Keskiarvo vuonna 2011 kirjoittaneiden osalta oli 13,88. Yllättävää oli, että vuonna 2010 tai sitä aiemmin ylioppilaaksi kirjoittaneiden keskiarvo alkutestissä oli hieman parempi (14,32), kuin niiden, jotka kirjoittivat vuonna 2011.

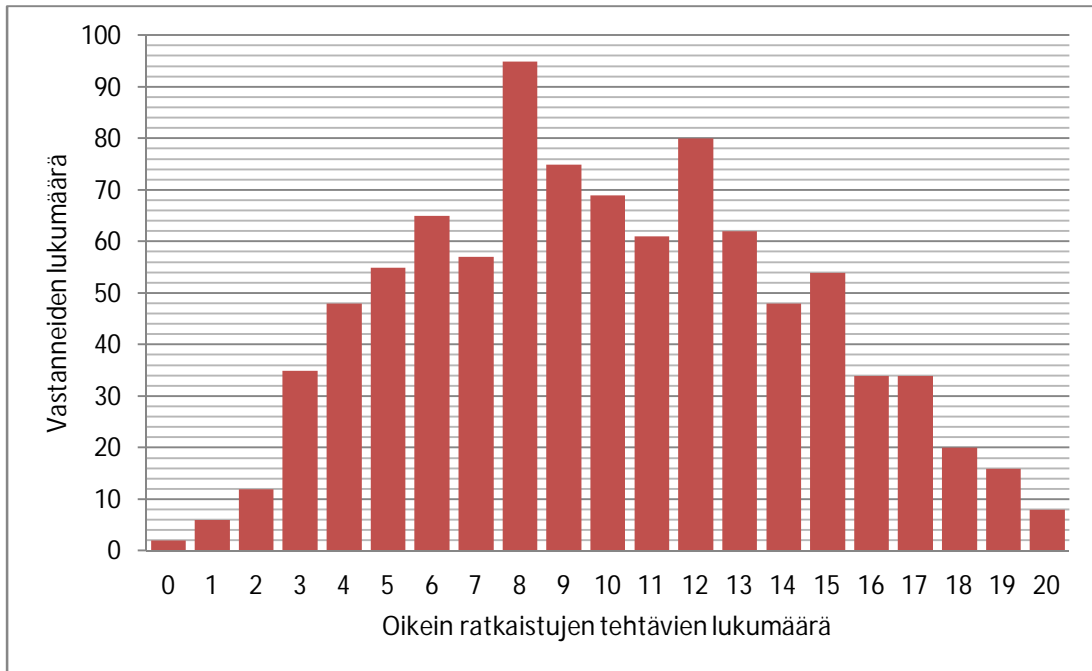
Kuvasta 2 nähdään, miten opiskelijat ovat pärjänneet alkutestissä tehtäväkohtaisesti. Kuvassa esitetään oikeiden vastausten prosentuaaliset osuudet. Tehtävät, joissa opiskelijat onnistuivat, näyttäisi olevan sellaisia, joissa hyvällä laskutaidolla menestyy. Esimerkiksi tehtävässä 1, jossa onnistuttiin parhaiten, piti vain muistaa, että itseisarvomerkkien sisältä tulee aina ei-negatiivinen luku. Merkkien poistamisen jälkeen oli tehtävä alakoulun tasoa. Seuraavaksi parhaiten onnistuttiin tehtävissä 17, 11 ja 13. Tehtävä 17 oli erittäin helppo rutiiniderivoimistehtävä. Tehtävät 11 ja 13 olivat molemmat helppoja yhtälönratkaisutehtäviä. Myös tehtävät 3 ja 10 olivat helpoilla laskuilla ratkaistavissa. Sen sijaan tehtävät, joissa menestyttiin huonosti, olivat tyypiltään enemmän matemaattisen tiedon hallintaa testaavia kuin peruslaskutaitoa. Ymmärrystä vaativat tehtävät 7, 8, 14, 18, 19, ja 20 olivat kaikki sellaisia, joissa opiskelijat ovat todennäköisesti turvautuneet lukiossa joko laskimeen tai taulukkokirjaan.



Kuva 2: Oikeiden vastausten prosentuaaliset osuudet tehtäväkohtaisesti  
 Kuvissa 3, 4 ja 5 voidaan verrata menestystä alkutestissä eri korkeakouluissa.  
 Kuvassa 3 nähdään oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä aloittavien matema-  
 tiikan opiskelijoiden osalta. Kuvassa 4 nähdään sama niiden Turun ammattikor-  
 keakouluopiskelijoiden osalta, joilla on pohjakoulutuksena lukion pitkä matema-  
 tiikka. Kuvassa 5 nähdään oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä teknillisen  
 korkeakoulun opiskelijoiden osalta vuodelta 2002.

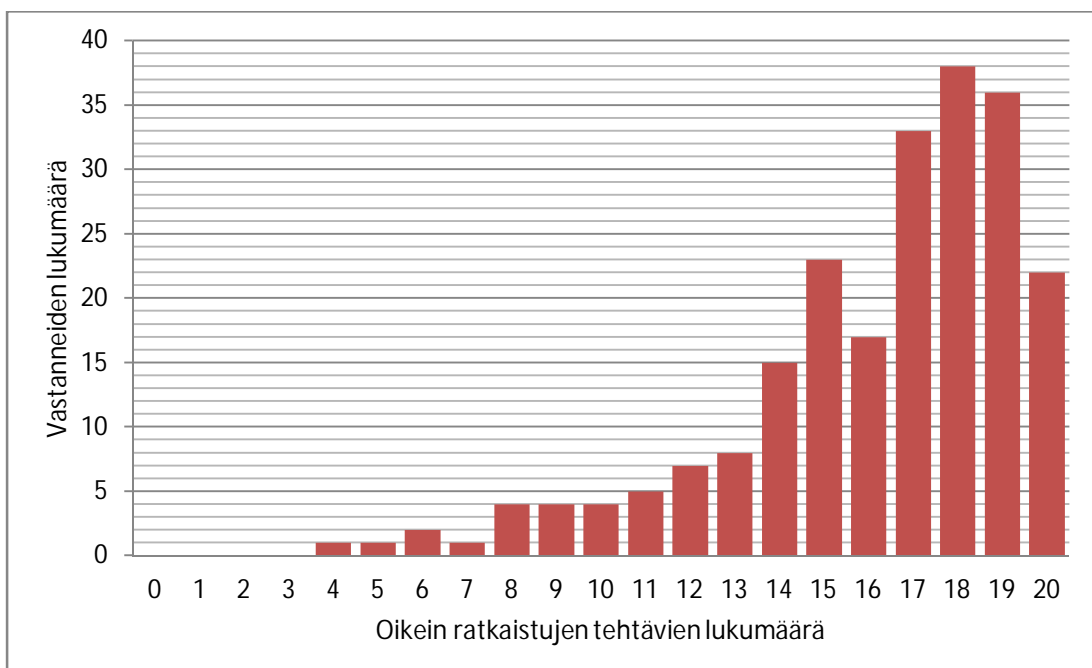


Kuva 3: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä matematiikan laitoksella syksyllä 2012



Kuva 4: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä Turun Amk:ssa vuosina 1999-2003 niiden opiskelijoiden osalta, jolla oli pohjakoulutuksena lukion pitkä matematiikka

Matematiikan opiskelijoiden pisteet ovat jakautuneet enimmäkseen yläpäähän. Suurin osa on saanut testissä yli 14 pistettä, mutta keskivaiheen pisteitäkin (pisteitä 11–13) löytyy. Toisaalta alle 7 pistettä ei ole kukaan saanut. Turun ammattikorkeakoulun opiskelijoiden pisteet ovat likipitään normaalijakautuneet. Suurimmat huiput ovat pisteiden 8 ja 12 välillä. Sen sijaan teknillisen korkeakoulun opiskelijoista yli puolet on saanut testissä 17 pistettä tai enemmän. Muutenkin pisteet kasvavat melko eksponentiaalisesti.



Kuva 5: Oikein ratkaistujen tehtävien lukumäärä Otaniemessä 2002



Tämän voi selittää sillä, että teknilliseen korkeakouluun pääsy on huomattavasti vaikeampaa kuin Helsingin yliopiston matematiikan laitokselle. Moni matematiikan opiskelija onkin aluksi hakenut opiskelemaan teknilliseen korkeakouluun, lääketieteelliseen korkeakouluun tai kauppakorkeakouluun eikä ole päässyt, joten on tullut viettämään ”välivuotta” matematiikan opintojen parissa.

## **6.2 Kuinka varmoja uudet matematiikan opiskelijat ovat omista taidoistaan?**

### **6.2.1 Mikä on ero miesten ja naisten välillä?**

Opiskelijoiden vastausvarmuus (erikseen mies- ja naisopiskelijat) nähdään jokaisen tehtävän osalta kuvista 6 ja 7. Tehtäviä on yhteensä 22, kun tutkitaan vastausvarmuutta, sillä tehtävässä 14 oli kohdat a, b ja c ja jokaisessa niissä vastausvarmuutta kysyttiin erikseen.

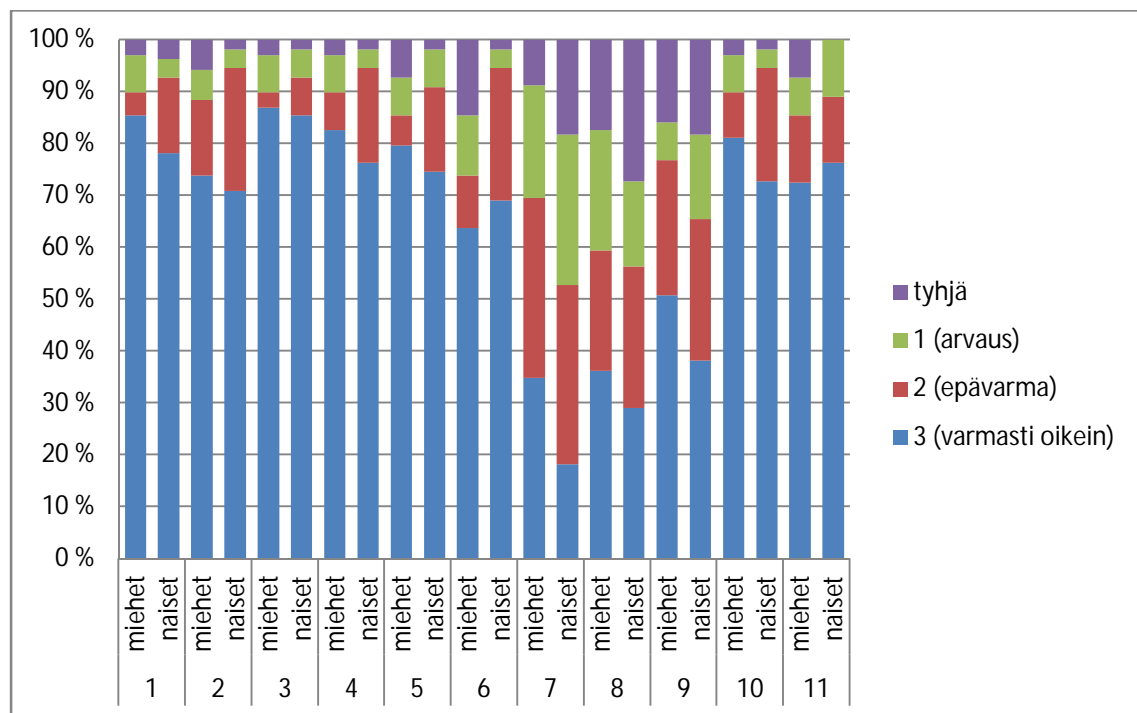
Miesten osalta nähdään, että yli 70 % miesopiskelijoista on ollut mielestään varmasti oikea vastaus yhdessätoista tehtävässä. Naisopiskelijoista yli 70 % on ollut mielestään varmasti oikea vastaus kymmenessä tehtävässä. Vastausvarmuus näyttää siis tämä osalta aika tasaiselta miesten ja naisten välillä. Lisäksi nähdään, että molemmilla on samat viisi tehtävää (Tehtävät 1,3,4,12 ja 13), joihin on annettu eniten varmasti oikein vastauksia. Molemmilla on myös samat neljä tehtävää (7,8,14C ja 18) viiden joukossa, joihin on annettu vähiten täysin varmoja vastauksia. Sen sijaan, jos tutkitaan toiselta kantilta ääripäitä, niin eroa löytyy. Miesten osalta on annettu täysin varma vastaus yli 80 % opiskelijalta seitsemään tehtävään, kun naisopiskelijoista yli 80 % on antanut täysin varman vastauksen vain kolmeen tehtävään. Miehistä alle 40 % on antanut täysin varman vastauksen vain 4 tehtävään, kun naisista alle 40 % on antanut täysin varman vastauksen kahdeksaan tehtävään.

Taulukosta 3 nähdään, kummalla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus eri vastausvarmuutta. Miehillä on jopa 17 tehtävässä suurempi prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia. Naisilla niitä on viidessä tehtävässä. Epä-

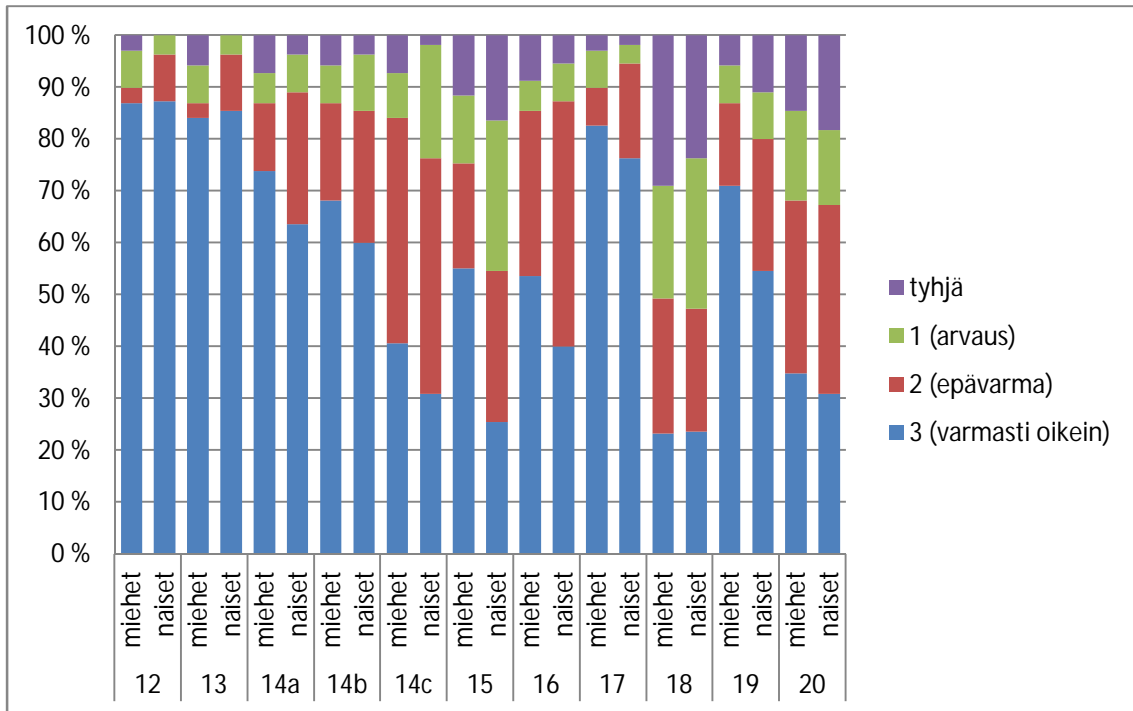
varmojen vastauksien prosentuaalinen osuus on ollut naisilla suurempi 19:sta tehtävässä. Miehillä niitä on vain kolmessa tehtävässä. Arvauksien prosentuaalinen osuus on ollut molemmilla suurempi 11 tehtävässä. Miehistä tyhjäksi jättäneiden prosentuaalinen osuus on ollut 15 tehtävässä suurempi kuin naisilla. Naisilla seitsemässä tehtävässä on suurempi prosentuaalinen osuus tyhjäksi jättäneitä.

	varmasti oikein	epävarma	arvaus	tyhjä
Miehet	17	3	11	15
Naiset	5	19	11	7

Taulukko 3: Tehtävien lukumäärä, jossa joko miehillä tai naisilla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus eri vastausvarmuutta.

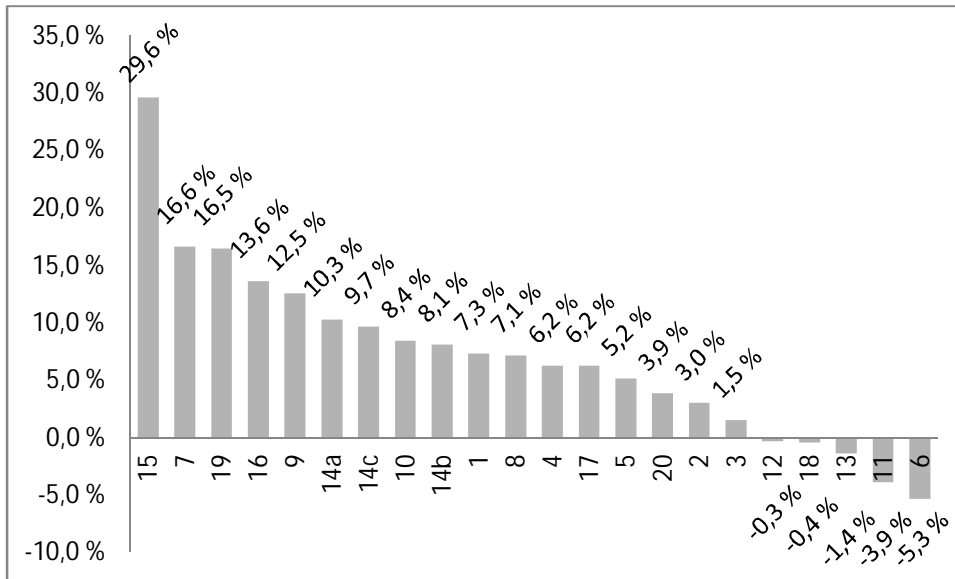


Kuva 6: Opiskelijoiden vastausvarmuuksien prosentuaaliset osuudet tehtävissä 1-11.



Kuva 7: Opiskelijoiden vastausvarmuuksien prosentuaaliset osuudet tehtävissä 12-20.

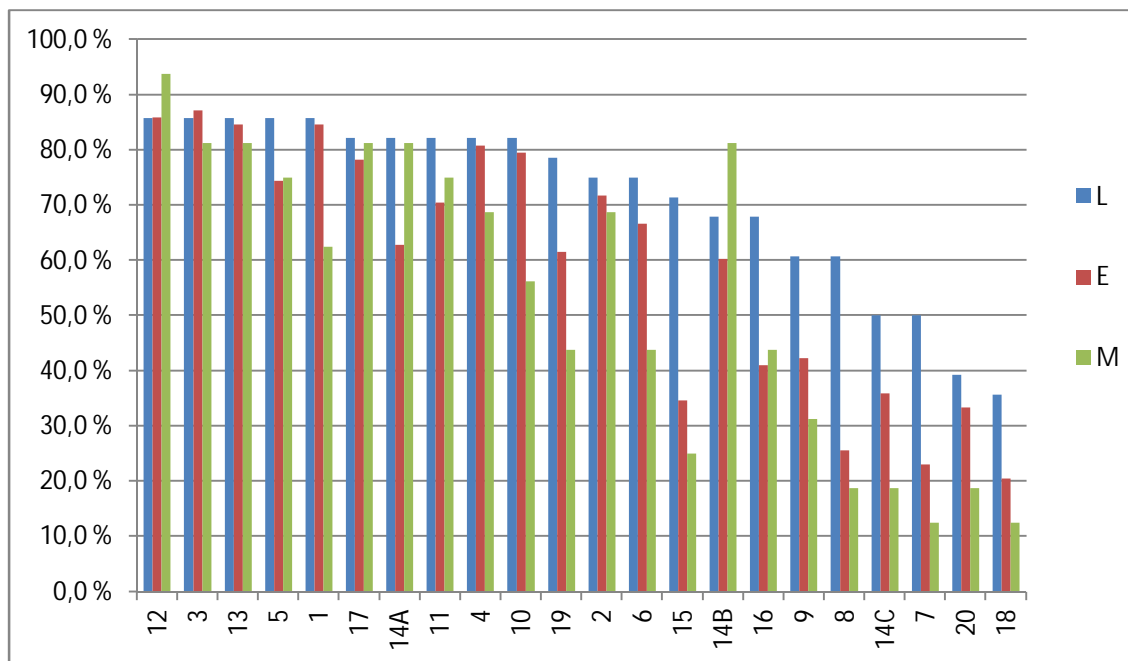
Kuvasta 8 nähdään tarkemmin kummalla (miehille vai naisilla) on suurempi prosenttiosuus varmasti oikein vastauksien osalta. Esimerkiksi tehtävässä 15 miehistä 55,1 % ja naisista 25,5 % on antanut täysin varman vastauksen, jolloin erotus on  $55,1\% - 25,5\% = 29,6\%$ . Nähdään, että seitsemässätoista tehtävässä miehet ovat antaneet enemmän täysin varmoja vastauksia kuin naiset. Viidessä tehtävässä naiset ovat antaneet enemmän täysin varmoja vastauksia kuin miehet. Huomattavin ero on tehtävässä 15 ja kolmanneksi suurin ero tehtävässä 16. Molemmat ovat vektoreihin liittyviä tehtäviä. Toiseksi suurin ero oli tehtävässä 7, joka liittyy sinin kulmaan ja yksikköympyrään. Neljänneksi suurin ero oli tehtävässä 9, joka liittyy luonnollisen logaritmin laskusääntöihin. Kaikki neljä tehtävää ovat sellaisia, jotka vaativat matemaattista ymmärrystä sekä määritelmien hallintaa. Kolme tehtävää kuudesta, jossa naiset antoivat enemmän täysin varmoja vastauksia, olivat rutiininomaisia ja suoraviivaisia yhtälönratkaisutehtäviä, jossa ei vaadittu kovin suurta matemaattista ymmärrystä vaan ennemminkin hyvää laskutaitoa.



Kuva 8: Erot varmuudessa miesten ja naisten välillä. Kun prosentit ovat positiivisia, niin miehillä suurempi prosenttiosuus varmasti oikein vastauksia. Kun prosentit ovat negatiivisia, niin naisilla suurempi prosenttiosuus varmasti oikein vastauksia.

### 6.2.2 Millä tavoin ylioppilastutkinnon arvosana vaikuttaa varmuuteen?

Kuvasta 9 nähdään, kuinka paljon täysin varmojen vastauksien prosenttiosuudet eroavat toisistaan, kun verrataan eri ylioppilasarvosanan saaneita opiskelijoita. Lukuun ottamatta tehtäviä 3, 5, 11, 12, 14a, 14b, 16 ja 17 oli vastausvarmuus yhteydessä ylioppilasarvosanaan. Siis 63,6 % tehtävistä arvosanan L saaneista opiskelijoista oli prosenttiosuudeltaan eniten annettu täysin varmoja vastauksia, arvosanan E saaneista oli toiseksi eniten annettu täysin varmoja vastauksia ja arvosanan M saaneista oli vähiten annettu täysin varmoja vastauksia. Tehtävistä 19 eli 86,4 % oli sellaisia, joissa arvosanan L saaneet opiskelijat antoivat eniten täysin varmoja vastauksia. Yhtäläisyyttä tosin löytyy, sillä eri arvosanojen saaneiden opiskelijoiden osalta pykälät pienenevät tehtävien kohdalla samanlaisesti.



Kuva 9: Prosenttiosuudet joka tehtävän osalta eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka uskovat vastanneensa tehtävään täysin oikein. Tehtävät sellaisessa suuruusjärjestyksessä, jossa arvosanan L saaneet ovat antaneet mielestään täysin oikean vastauksen.

### 6.2.3 Miten sukupuoli näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein?

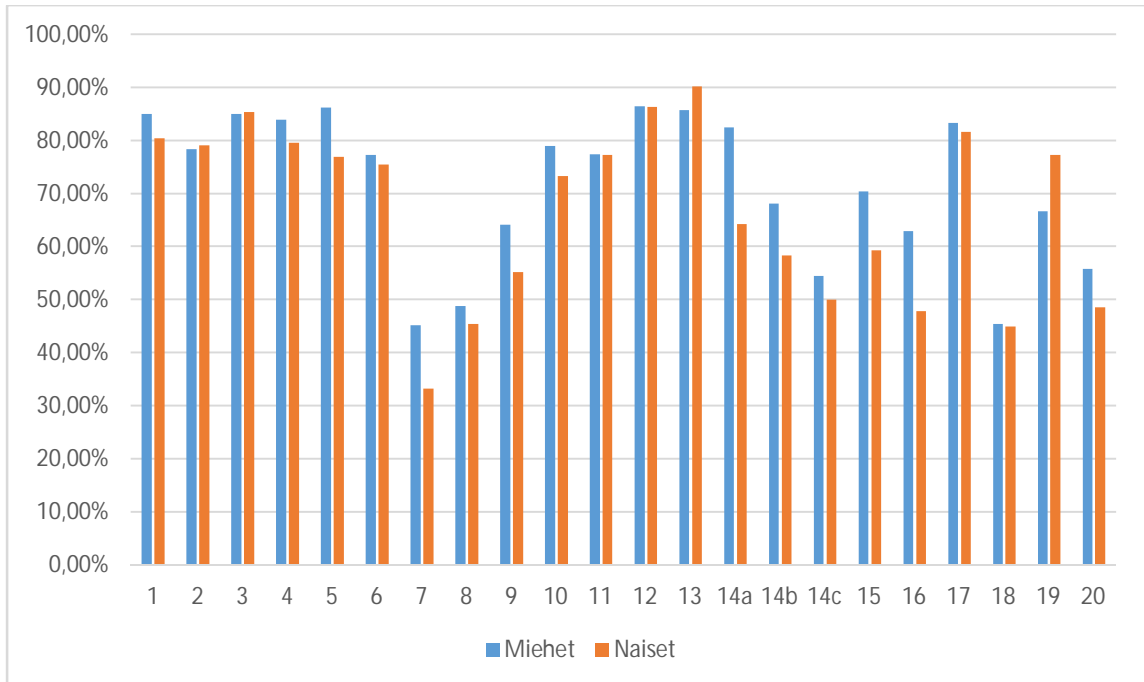
Kuvista 10, 11 ja 12 nähdään, millä varmuudella opiskelijat ovat vastanneet tehtäviin, kun he ovat vastanneet tehtävään oikein. Jokaisen tehtävän osalta osuudet ovat laskettu erikseen miesten ja naisten välillä. Tehtävä 14 on jaettu a, b ja c osioihin, sillä alkutestissä tehtävässä 14 kysyttiin varmuutta joka kohdassa erikseen. Kuvassa 10 on ne opiskelijat, jotka ovat vastanneet mielestään varmasti oikein. Kuvassa 11 on ne opiskelijat, jotka ovat olleet epävarmoja vastauksesta ja kuvassa 12 on ne opiskelijat, jotka ovat arvanneet vastauksensa.

Taulukosta 4 nähdään, että jopa 18 tehtävässä miehillä on suurempi prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia kuin naisilla. Naisilla näin on 4 tehtävässä. Lisäksi vain yhdessä tehtävässä miehillä on ollut suurempi osuus epävarmoja vastauksia. Naisilla näin on 21 tehtävässä. Arvauksien suhteen ero miesten ja naisten välillä ei ole suuri. Naisilla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus arvauksia 13 tehtävässä, kun miehillä se on ollut suurempi 9 tehtävässä.

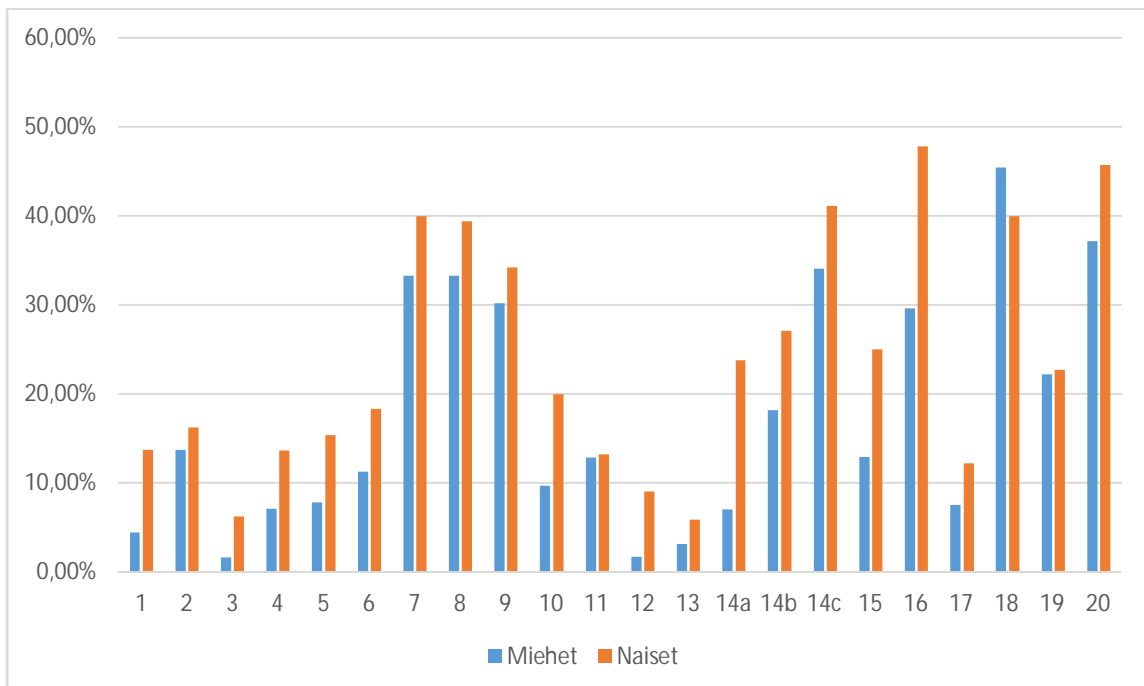
	Miehet	Naiset

Varmasti oikein	18	4
Epävarma	1	21
Arvaus	9	13

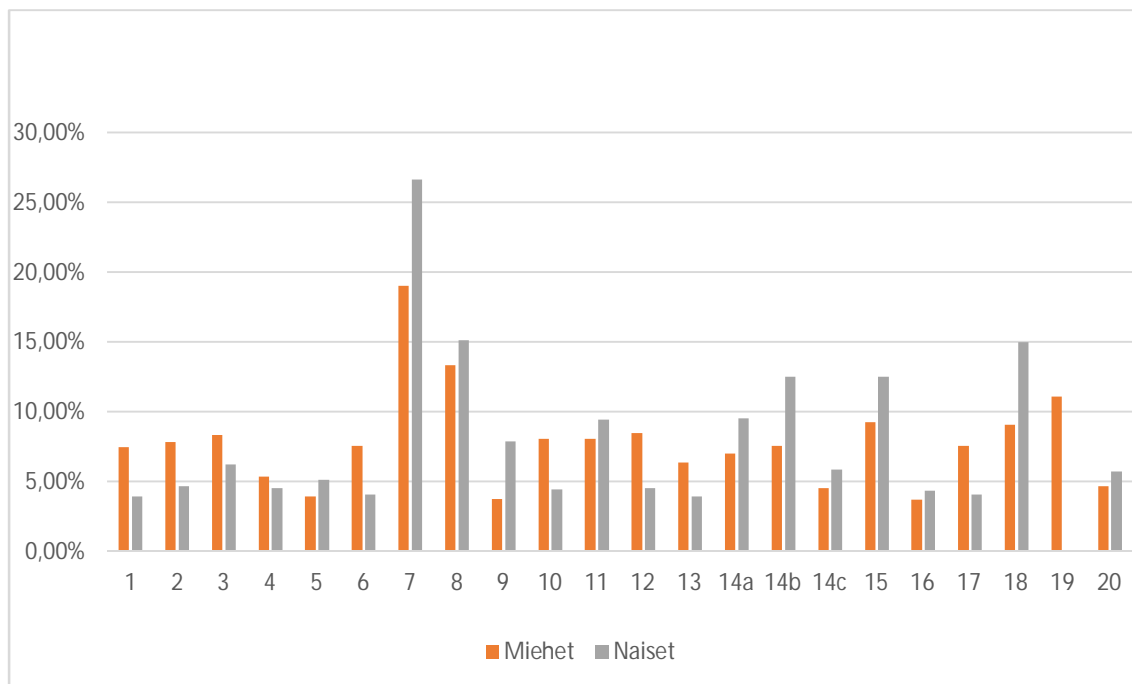
Taulukko 4: Tehtävien lukumäärä, jossa joko miehillä tai naisilla on ollut suurempi prosentuaalinen osuus eri vastausvarmuutta. Taulukossa ne opiskelijat, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein.



Kuva 10: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein



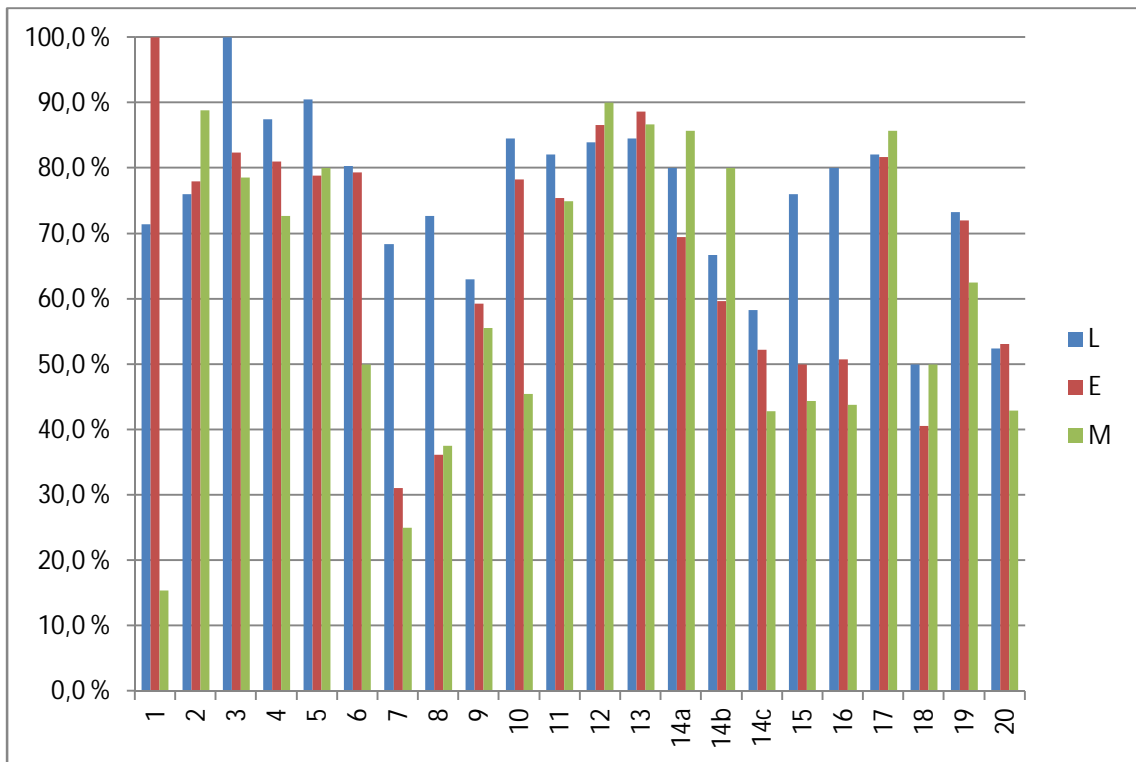
Kuva 11: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja ratkaisusta



Kuva 12: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus miesten ja naisten välillä, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet ratkaisunsa

#### 6.2.4 Miten ylioppilastutkinnon arvosana tai lukion päättötodistusarvosana näkyy vastausvarmuudessa niiden opiskelijoiden osalta, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein?

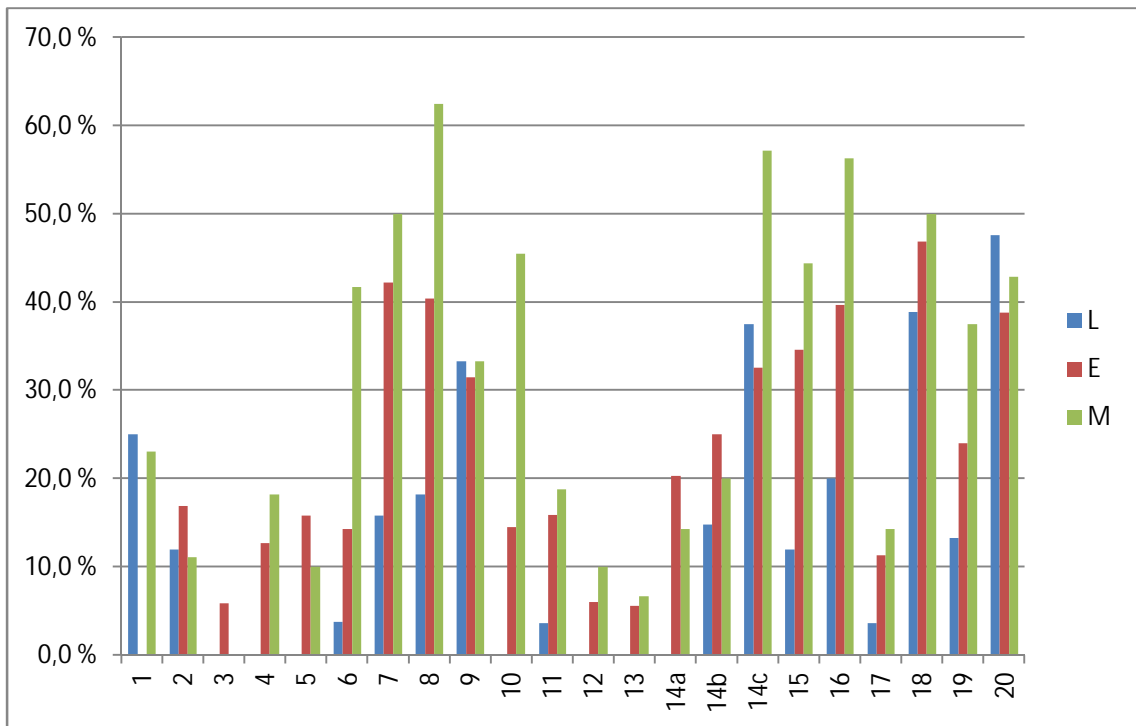
Kuvista 13, 14 ja 15 nähdään, millä varmuudella opiskelijat ovat vastanneet tehtäviin, kun he ovat vastanneet tehtävään oikein. Jokaisen tehtävän osalta osuudet ovat laskettu erikseen eri ylioppilasarvosanoilla. Kuvassa 13 on ne opiskelijat, jotka ovat vastanneet mielestään varmasti oikein. Kuvassa 14 on ne opiskelijat, jotka ovat olleet epävarmoja vastauksesta ja kuvassa 15 on ne opiskelijat, jotka ovat arvanneet vastauksensa.



Kuva 13: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein

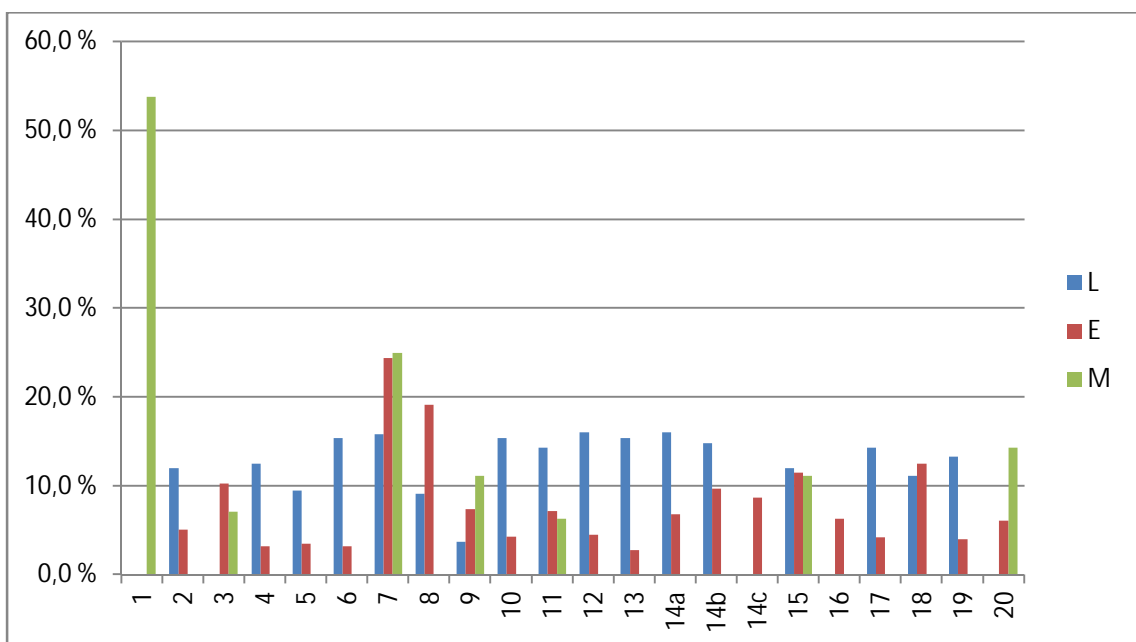
Kuvasta 13 nähdään, että ylioppilaskirjoituksissa arvosanan L saaneilla oli neljässätoista tehtävässä suurin prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia. Arvosanan E saaneilla oli vain kolmessa tehtävässä suurin prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia ja arvosanan M saaneilla oli niitä kuusi. Yhdessä tehtävässä arvosanan L ja arvosanan M saaneilla oli sama prosentuaalinen osuus.





Kuva 14: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja ratkaisustaan.

Kuvasta 14 nähdään, että vain kolmessa tehtävässä arvosanan L saaneilla oli suurin prosentuaalinen osuus epävarmoja vastauksia ja arvosanan E saaneilla niitä oli viisi. Arvosanan M saaneilla niitä oli jopa 15.



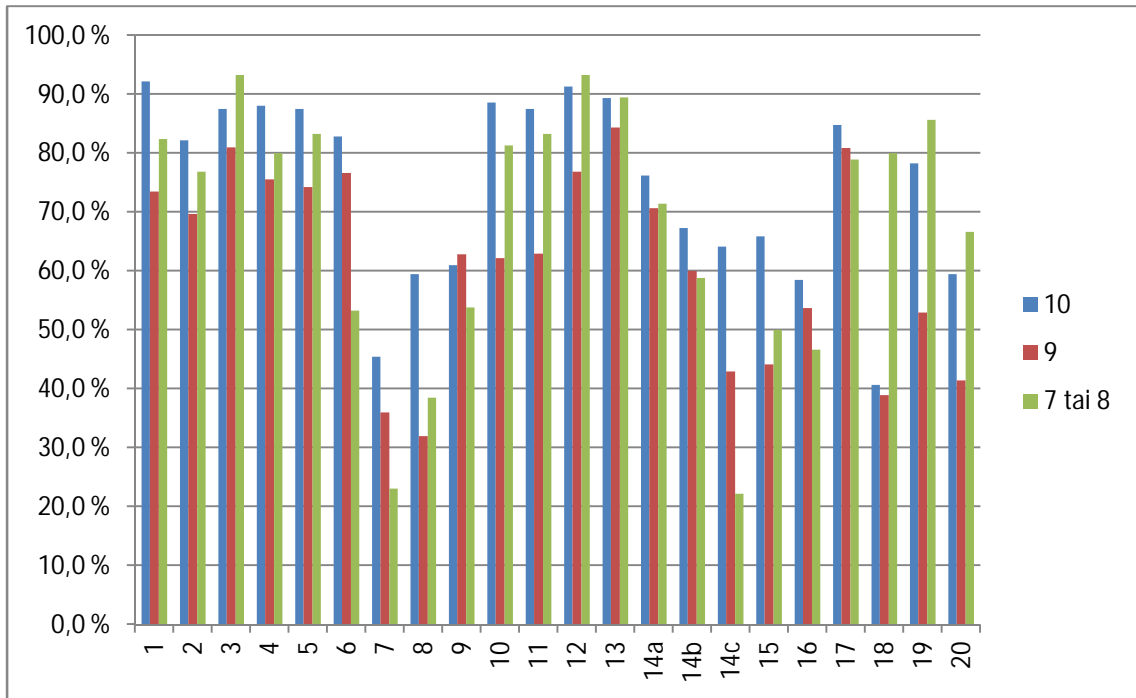
Kuva 15: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri ylioppilasarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet ratkaisunsa.

Yllättävää oli, että arvosanan L saaneilla oli jopa kolmessatoista tehtävässä suurin prosentuaalinen osuus arvauksia (kuva 15), kun arvosanan E kirjoittaneilla oli niitä viisi. Arvosanan M kirjoittaneilla oli niitä vain neljä.

Tämän voi mahdollisesti tulkita niin, että arvosanan L kirjoittaneilla on sen verran hyvä itsevarmuus, että joko he osaavat ratkaista tehtävän ja tietävät silloin tarkkaan mitä tekevät tai täysin arvaavat. Epävarmoja he harvemmin ovat. Huonommin ylioppilaskirjoituksissa menestyneet ovat epävarmempia osaamisestaan.

Kuvista 16, 17 ja 18 sen sijaan nähdään, millä varmuudella eri lukion päättötodistusarvosanan saaneet opiskelijat ovat vastanneet tehtäviin, kun he ovat vastanneet tehtävään oikein. Kuvassa 16 on ne opiskelijat, jotka ovat vastanneet mielestään varmasti oikein. Kuvassa 17 on ne opiskelijat, jotka ovat olleet epävarmoja vastauksesta ja kuvassa 18 on ne opiskelijat, jotka ovat arvanneet vastauksensa.

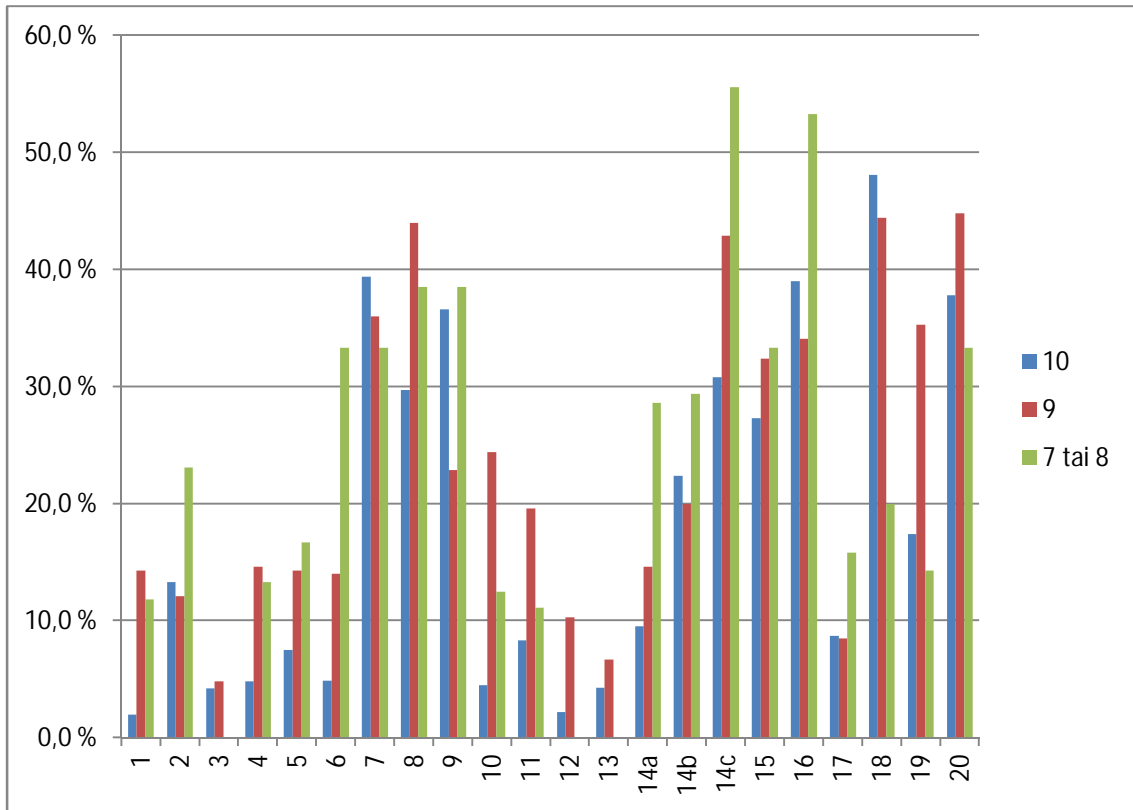
Kuvasta 16 nähdään, että peräti viidessätoista tehtävässä lukion päättötodistusarvosanan 10 saaneilla on suurin prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia. Arvosanan 9 saaneilla on vain yhdessä tehtävässä suurin prosentuaalinen osuus varmasti oikein vastauksia ja arvosanan 7 tai 8 saaneilla on niitä kuudessa tehtävässä.



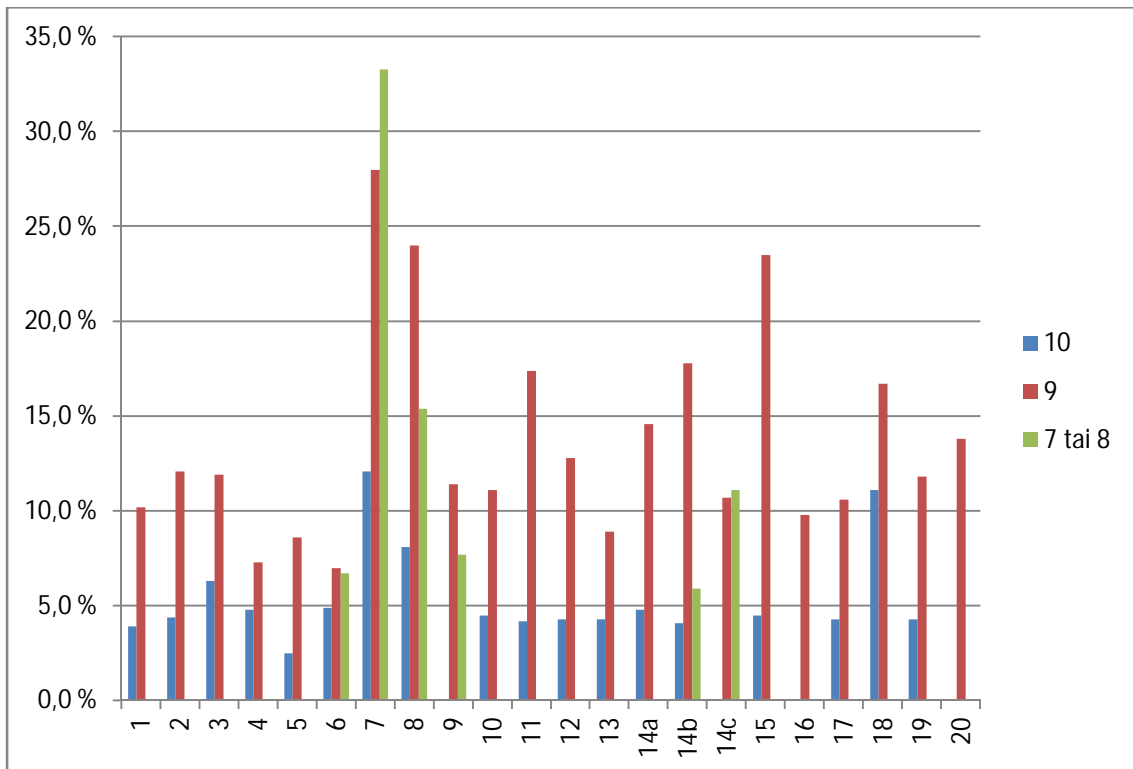
Kuva 16: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein ja ovat myös mielestään vastanneet varmasti oikein

Kuvasta 17 nähdään, että arvosanan 10 saaneilla on suurin prosentuaalinen osuus epävarmoja vastauksia vain kahdessa tehtävässä, kun arvosanan 9 ja arvosanan 7 tai 8 saaneilla on molemmilla niitä kymmenessä tehtävässä.

Kuvasta 18 nähdään, että arvosanan 9 saaneilla on peräti kahdessakymmenessä tehtävässä suurin prosentuaalinen osuus arvauksia. Arvosanan 7 tai 8 saaneilla on niitä vain kahdessa tehtävässä ja arvosanan 10 saaneilla ei ole missään tehtävässä suurinta prosentuaalista osuutta.



Kuva 17: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat olleet epävarmoja vastauksestaan.



Kuva 18: Tehtäväkohtaisesti prosentuaalinen osuus eri lukion päättötodistusarvosanan saaneista opiskelijoista, jotka ovat ratkaisseet tehtävän oikein, mutta ovat arvanneet vastauksestaan.

### 6.3 Millä tavoin opiskelijan varmuus näkyy tehtävien ratkaisuissa?

#### 6.3.1 Osaavatko ne opiskelijat, jotka ovat varmoja omista vastauksistaan, tehtäviä keskimäärin paremmin kuin ne, jotka ovat epävarmoja tai arvanneet vastauksen?

Taulukosta 5 nähdään, millaisia eroja on oikeiden vastausten prosenttiosuuk-  
sissa, kun vertaillaan opiskelijoita, jotka ovat vastanneet erilaisella varmuudella  
tehtäviin. Mielenkiintoista on huomata, että jopa kuudessa tehtävässä (tehtävät  
1, 2, 3, 10, 12 ja 17) ne opiskelijat, jotka ovat arvanneet vastuksensa, ovat kaik-  
ki vastanneet tehtävään oikein. Täysin varmojen vastausten osalta vastaavaa  
näkee vain tehtävässä 20 ja epävarmojen vastausten osalta tehtävässä 1. Toi-  
saalta kategoriassa 3 (varmasti oikein) on selkeästi eniten tehtäviä (yhteensä  
14 tehtävää), joissa heillä on suurin (tai jaettu ykköspaikka) prosenttiosuus oi-  
keita vastauksia. Yllättävää on, että kategoriassa 1 (arvaus) ei ole niitä vähiten.  
Kategoriassa 1 (arvaus) on toisaalta eniten niitä tehtäviä, joissa heillä on pienin  
oikeinvastanneiden prosenttiosuus. Kategoriassa 3 (varmasti oikein) on tehtäviä  
vähiten, joissa heillä on pienin oikeinvastanneiden prosenttiosuus.

TEHTÄVÄ	3 (varmasti oikein)	2 (epävarma)	1 (arvaus)
1	94 %	100 %	100 %
2	82 %	61 %	100 %
3	87 %	67 %	100 %
4	83 %	67 %	71 %
5	77 %	77 %	44 %
6	95 %	71 %	60 %
7	85 %	60 %	52 %
8	90 %	90 %	44 %
9	98 %	88 %	36 %
10	85 %	83 %	100 %
11	97 %	94 %	91 %
12	82 %	71 %	100 %
13	95 %	63 %	86 %
14	50 %	31 %	0 %
15	94 %	83 %	40 %
16	95 %	79 %	50 %
17	96 %	73 %	100 %
18	83 %	74 %	19 %
19	44 %	44 %	30 %
20	100 %	74 %	20 %

Taulukko 5: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla. Vihreällä värillä se  
kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksissa.

### 6.3.2 Mikä on ero miesten ja naisten välillä?

Taulukosta 6 nähdään, millaisia eroja on oikeiden vastausten prosenttiosuuk-  
sissa, kun tutkitaan miesopiskelijoita, jotka ovat vastanneet erilaisella varmuu-  
della tehtäviin. Miesopiskelijoista ne, jotka ovat arvanneet tehtävän vastauksen,  
jopa seitsemässä tehtävässä (1, 2, 3, 10, 11, 12, 17) on oikeinvastanneiden  
prosenttiosuus 100 %. Epävarmojen osalta näin on viidessä tehtävässä (1, 5,  
10, 13, 17). Varmasti oikein vastausten osalta tätä ei näy missään tehtävässä.  
Yllättävää myös on, että kategoriassa 1 (arvaus) ja kategoriassa 3 (varmasti oi-  
kein) on molemmissa kahdeksan sellaista tehtävää, jossa oikeinvastanneiden  
prosenttiosuus on suurin. Toisaalta kategoriassa 1 (arvaus) on eniten tehtäviä,  
joissa heillä on ollut oikeinvastanneiden prosenttiosuus pienin. Kategoriassa 3  
(varmasti oikein) on niitä vähiten.

TEHTÄVÄ	3 (varmasti oikein)	2 (epävarma)	1 (arvaus)
1	97 %	100 %	100 %
2	78 %	70 %	100 %
3	87 %	50 %	100 %
4	82 %	80 %	60 %
5	80 %	100 %	40 %
6	93 %	86 %	50 %
7	79 %	58 %	53 %
8	88 %	94 %	38 %
9	97 %	89 %	40 %
10	88 %	100 %	100 %
11	96 %	89 %	100 %
12	85 %	50 %	100 %
13	93 %	100 %	80 %
14	69 %	33 %	-
15	97 %	86 %	33 %
16	92 %	73 %	50 %
17	96 %	100 %	100 %
18	94 %	83 %	20 %
19	41 %	36 %	67 %
20	70 %	62 %	75 %

Taulukko 6: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla miesopiskelijoiden  
osalta. Vihreällä värillä se kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksis-  
sa.

Taulukosta 7 nähdään, millaisia eroja on oikeiden vastausten prosenttiosuuk-  
sissa, kun tutkitaan naisopiskelijoita, jotka ovat vastanneet erilaisella varmuu-

della tehtäviin. Peräti yhdeksässä tehtävässä (1, 2, 3, 4, 6, 10, 12, 13, 17) niistä, jotka ovat arvanneet vastauksensa, on oikeinvastanneiden prosenttiosuus 100 %. Näin on epävarmojen vastausten osalta vain yhdessä tehtävässä (11) ja varmasti oikein osalta kolmessa tehtävässä (7,9, 16). Yllättävää myös naisopiskelijoiden osalta on, että kategoriassa 1 (arvaus) ja kategoriassa 3 (varmasti oikein) on molemmissa yhdeksän sellaista tehtävää, jossa oikeinvastanneiden prosenttiosuus on suurin. Toisaalta kategoriassa 1 (arvaus) on jälleen eniten tehtäviä, joissa heillä on ollut oikeinvastanneiden prosenttiosuus pienin. Kategoriassa 3 (varmasti oikein) on niitä vähiten.

TEHTÄVÄ	3 (varmasti oikein)	2 (epävarma)	1 (arvaus)
1	95 %	88 %	100 %
2	87 %	54 %	100 %
3	87 %	75 %	100 %
4	83 %	60 %	100 %
5	73 %	67 %	50 %
6	97 %	64 %	100 %
7	100 %	63 %	50 %
8	94 %	87 %	56 %
9	100 %	87 %	33 %
10	83 %	75 %	100 %
11	98 %	100 %	83 %
12	79 %	80 %	100 %
13	98 %	50 %	100 %
14	62 %	25 %	0 %
15	86 %	81 %	44 %
16	100 %	85 %	50 %
17	95 %	60 %	100 %
18	69 %	62 %	19 %
19	45 %	45 %	29 %
20	70 %	71 %	58 %

Taulukko 7: Oikeiden vastausten prosenttiosuudet eri varmuuksilla naisopiskelijoiden osalta. Vihreällä värillä se kategoria, jolla on suurin prosenttiosuus oikeissa vastauksissa.

### 6.3.3 Minkälaisia ovat väärät vastaukset niissä tapauksissa, joissa opiskelijalla on ollut mielestään varmasti oikea vastaus?

Opiskelija saattoi olla kovin varma osaamisestaan, vaikka tehtävän ratkaisu oli kaukana oikeasta. Luettelen nyt muutamia yleisimpiä vääriä vastauksia. Liitteessä 2 on listattu kaikki väärät vastaukset.

Tehtävässä 1 oli 5 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Neljässä niistä oli annettu vastaukseksi  $-1$ . Erilaisia vastauksia oli yhteensä kaksi.

Tehtävässä 2 oli 18 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä neljässä opiskelija oli antanut vastaukseksi

$$\frac{7/21 - 3/21}{4} = \frac{4/21}{4} = \frac{4}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{21} \cdot 4 = \frac{16}{21}.$$

Neljässä tehtävässä opiskelija oli antanut vastaukseksi  $\frac{7/21 - 3/21}{4} = \frac{4/21}{4} = \frac{4}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{84}$ . Tämän olisi joku toinen saattanut hy-

väksyä, mutta ajattelin, että matematiikan opiskelijan on syytä osata sieventää tämän tasoinen tehtävä loppuun asti. Kolme opiskelijaa oli antanut vastaukseksi

$$\frac{7/21 - 3/21}{4} = \frac{4/21}{4} = \frac{4}{1} \cdot \frac{21}{4} = 21.$$

Erilaisia vastauksia oli yhteensä kymmenen.

Tehtävässä 3 oli 15 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä 13:sta opiskelija on antanut vastaukseksi  $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \pm 5$ . Erilaisia vastauksia oli yhteensä kolme.

Tehtävässä 4 oli annettu 20 opiskelijan mielestä varmasti oikeaa vastausta, jotka olivat väärin. Niistä 13:sta opiskelija oli antanut vastaukseksi

$$\frac{2x + 2 - x - 1}{5} = \frac{x - 1}{5},$$

joka voidaan tulkita huolimattomuus- tai ajatusvirheeksi. Joko  $+2$  on unohtunut laskusta tai sitten " $2-1$ " on laskettu ihan oikein, mutta opiskelija on liikaa keskittynyt tehtävän miinusmerkkeihin ja kirjoittanut sen lopulliseen ratkaisuun. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kahdeksan.

Tehtävässä 5 oli annettu 28 opiskelijan mielestä varmasti oikeaa vastausta, jotka olivat väärin. Niistä 17 oli antanut vastaukseksi  $1$ . 7 opiskelijaa oli antanut vastaukseksi

$a^2 - a^2 + 2a + 1 + 2a = 4a + 1$ . Molemmat vastaukset voidaan tulkita huolimattomuusvirheeksi. Ensimmäisessä on unohdettu laittaa miinusmerkki luvun  $1$  eteen. Jälkimmäisessä on unohdettu miinusmerkki luultavasti sulkuja poistaessa. Erilaisia vastauksia oli yhteensä viisi.



Tehtävässä 6 oli 5 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä kahdessa vastaus oli  $a-b$ . Erilaisia vastauksia oli yhteensä neljä.

Tehtävässä 7 oli 5 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä kahdessa vastaus oli  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Myös kahdessa vastaus oli  $\frac{1}{2}$ . Erilaisia vastauksia oli yhteensä kolme.

Tehtävässä 8 oli neljä sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Vastauksena oli  $\frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $\tan^2 x$ ,  $\tan x$  ja "en osaa". Erilaisia vastauksia oli yhteensä neljä.

Tehtävässä 9 oli kaksi sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä toiseen opiskelija vastasi "en osaa" ja toiseen  $\ln x^2 - \ln x^2 = \ln \frac{x^2}{x^2} = \ln 1$ , joka olisi ollut oikea vastaus, jos tehtävä olisi ratkaistu loppuun saakka. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kaksi.

Tehtävässä 10 oli 14 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä viidessä opiskelija oli vastannut  $\frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ , joka oli muuten oikea vastaus, mutta järjestys oli tässä suurimmasta pienimpään, kun se piti olla päinvastoin. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kahdeksan.

Tehtävässä 11 oli neljä sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Niistä kolmessa opiskelija oli vastannut  $\frac{U-E}{I} = R$ . Luultavaa on, että virhe on tapahtunut joko yhtälöä puolittain jakamisessa tai siten  $I$ :n edessä oleva miinusmerkki on muuten vaan unohtunut. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kaksi.

Tehtävässä 12 oli 21 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kaksi. Toisessa

vastaukseksi oli annettu yhtälölle vain toinen ratkaisu  $x = \sqrt{2}$ . Yhteensä 16 opiskelijaa olivat vastanneet edellä kuvatulla tavalla. Toisenlainen väärä vastaus, jota löytyi 5 kappaletta, oli  $x = \pm 2$ .

Tehtävässä 13 oli annettu kahdeksan opiskelijan mielestä varmasti oikea vastaus, joka oli väärin. Erilaisia vastauksia oli yhteensä kaksi. Viisi opiskelijaa vastasi  $x = 2$ . Vastauksesta puuttuu toinen ratkaisusta ja se on luultavasti unohtunut, kun  $-2x$  on siirretty yhtälön oikealle puolelle. Yhtälö on tämän jälkeen jaettu puolittain  $x$ :llä. Tehtävän toisenlainen väärä ratkaisu oli hieman yllättävä. Peräti kolme opiskelijaa, jotka ovat mielestään vastanneet varmasti oikein, ovat antaneet vastaukseksi  $x = 0$  tai  $x = \pm\sqrt{2}$ . Matematiikkaa opiskelemaan tulleet ovat saaneet toisen asteen yhtälölle kolme ratkaisua.

Tehtävässä 14 oli annettu 17 opiskelijan mielestä varmasti oikea vastaus, joka oli väärin. Erilaisia vastauksia oli yhteensä 12. Yleisin väärä vastaus oli c-kohdassa annettu vastaus  $l$ , jota oli kolme kappaletta.

Tehtävässä 15 oli neljä sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Kaikki niistä olivat erilaisia. Vastauksena oli  $\sqrt{6^2 + 8^2}$ ,  $\sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{99}$ ,  $|6i - 8j| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \pm 10$ ,  $|6i - 8j| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 36 + 64 = 100$ .

Tehtävässä 16 oli kuusi sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Erilaisia vastauksia oli yhteensä 4. Yleisimmin annettiin vastaukseksi  $2\bar{i} - 3\bar{j} - (-5\bar{i} - 2\bar{j}) = 7\bar{i} + \bar{j}$ , jota oli kolme kappaletta. Tämä on selkeästi huolimattomuusvirhe, jossa miinusmerkki on unohtunut yksikkövektorin  $\bar{j}$  edestä.

Tehtävässä 17 oli neljä sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Erilaisia vastauksia oli yhteensä 3. Kaksi opiskelijaa antoi vastaukseksi  $3x^2 + x$ .

Tehtävässä 18 oli viisi sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Erilaisia vastauksia oli yhteensä neljä. Kaksi opiskelijaa antoi vastaukseksi

$$\frac{d}{dr} \frac{4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{dr} = \frac{4\pi r^2}{3}.$$

Tehtävässä 19 oli jopa 49 sellaista väärää vastausta, jossa opiskelijalla oli mielestään varmasti oikea vastaus. Erilaisia vastauksia oli yhteensä 6. Selkeästi yleisin virhe oli antaa vastaukseksi  $x^2$ . 43 opiskelijaa antoi tämän vastaukseksi. Vastaus oli muuten oikein, mutta vakiotermin C puuttui.

Tehtävässä 20 ei löytynyt yhtään sellaista ratkaisua, joka olisi tehty väärin ja opiskelija olisi ollut varma vastauksestaan.

#### 6.4 Tulosten tulkintaa

Helsingin yliopiston matematiikan opiskelijat menestyivät alkutestissä siis heikommin kuin teknillisen korkeakoulun opiskelijat, mutta paremmin kuin Turun ammattikorkeakoulun opiskelijat (pohjakoulutuksena lukion pitkä matematiikka).

Lukion päättötodistuksen sekä ylioppilastutkinnon arvosanalla on selkeä yhteys menestymiseen alkutestissä ja lisäksi jos on juuri aikaisempaan keväänä kirjoittanut ylioppilaaksi ennustaa se parempaa menestymistä testissä. Tosin tehtävät, joissa osaamisprosentit olivat suurimmat, olivat tyypiltään enemmän peruslaskutaitoja vaativia. Heikoimmin menestyttiin niissä tehtävissä, jossa vaadittiin matemaattista tietoa ja syvällistä ymmärrystä.

Tutkittaessa opiskelijoiden varmuutta huomaa, että miehet ja naiset kokevat olevan varmoja tai vähemmän varmoja samanlaisissa tehtävissä. Kaikkien opiskelijoiden vertailussa miehet kokivat antavansa varmasti oikein vastauksen useammin kuin naiset ja naiset puolestaan antoivat enemmän epävarmoja vastauksia kuin miehet. Lisäksi myös niiden opiskelijoiden vertailussa, missä opiskelijat olivat ratkaisseet tehtävän oikein, miehet antoivat enemmän varmasti oikein vastauksia kuin naiset. Naiset antoivat edelleen enemmän epävarmoja vastauksia. Tehtävätyypit, jossa miehet antoivat selkeästi enemmän varmoja vastauksia, olivat matemaattista ymmärrystä ja matemaattisia määritelmiä vaa-

tivia. Tehtävät, jossa naiset olivat varmempia, olivat tyypiltään enemmän peruslaskutaitoja vaativia. Miehet tosiaan kokevat olevansa varmempia osaamisestaan kuin naiset. Naiset eivät luota omaan kykyihinsä, vaikka osaisivatkin ratkaista tehtävän.

Lähes 90 prosenttia tehtävistä oli sellaisia, joissa ylioppilaskirjoituksissa arvosanan L saaneet olivat antaneet eniten mielestään varmasti oikein vastauksia. Aikaisempi menestyminen siis näyttäisi tuovan itsevarmuutta opiskelijalle. Toisaalta huomioitavaa on, että arvosanan L saaneet olivat muutenkin ratkaisseet tehtäviä alkutestissä parhaiten.

Tarkennusta asiaan saadaan, kun tutkitaan niitä opiskelijoita, jotka ovat vastanneet tehtäviin oikein. Ylioppilaskirjoituksissa ja lukiossa hyvin menestynyt luottaa paremmin omaan osaamiseensa ja silloin, kun ei tiedä, niin mieluummin arvaa kuin antaa epävarman vastauksen. Ylioppilaskirjoituksissa ja lukiossa sen sijaan heikommin menestynyt luottaa vähemmän omaan taitoihinsa ja on epävarma silloinkin, vaikka osaisi ratkaista tehtävän.

Varmuus omasta osaamisestaan ennustaa myös hyvää menestystä. Kaikkien opiskelijoiden kohdalla suurimmassa osaa tehtäviä oli oikeinvastanneiden prosenttiosuus suurempi niillä, jotka antoivat mielestään varmasti oikean vastauksen kuin niillä, jotka olivat epävarmoja tai arvasivat vastauksen. Suurimmasta osaa tehtäviä oli väärinvastanneiden prosenttiosuus suurempi niillä opiskelijoilla, jotka arvasivat vastauksen kuin niillä, jotka vastasivat mielestään täysin oikein tai olivat epävarmoja.

Kun tutkitaan miehiä ja naisia erikseen, löytyy muutama huomionarvoinen asia. Miesten osalta löytyy selkeästi vähemmän sellaisia tehtäviä, joissa oikeinvastanneiden prosenttiosuus olisi suurempi niillä opiskelijoilla, jotka ovat vastanneet mielestään varmasti oikein. Toinen mielenkiintoinen asia on se, että varsinkin naisilla monessa tehtävässä, kun opiskelija on arvannut vastauksen, on oikeinvastanneiden prosenttiosuus ollut 100 %. Miehet siis luottavat ajoittain liikaa omaan taitoihinsa ja naiset sen sijaan liian vähän.

Varmoja oikeita vastauksia, jotka olivatkin väärin, löytyi monia. Suurimman osan niistä pystyi tulkitsemaan huolimattomuus- tai ajatusvirheeksi. Toisinaan ne olivat virhekäsityksiä, väärinmuistettuja määritelmiä tai kahden asian sekoittamista keskenään. Murtoluku- ja yhtälönratkaisutehtävissä oli ajoittain laskusäännöt ja peruslaskutaidot huonosti hallussa. Neliöjuuren kanssa näkyi ongelmia ja se sekoitettiin usein tilanteeseen, jossa toisen asteen yhtälön ratkaisuksi tulee juuren alta kaksi ratkaisua. Usein sievennystehtävissä, jotka eivät liittyneet yhtälön ratkaisuun millään tavalla, saivat opiskelijat neliöjuuren alta ratkaisuksi  $\pm 10$ ,  $\pm 5$  tai jotain vastaavaa. Integraalin vakiotermi unohtuu hyvin monelta opiskelijalta, joka näyttäisi olevan seurausta laskurutiiniin keskittyvästä lukio-opetuksesta. Kiinnostavaa oli, että tehtävässä 20, jossa ratkaistiin eksponenttifunktion määrätty integraali, varmasti oikein vastanneet opiskelijat todella vastanneet kaikki oikein.

## 7 Luotettavuus

Alkutesti on Turun ammattikorkeakoulun kehittämä testi, jonka tekemisessä on ollut mukana 20 matematiikan opettajaa. Tehtävien laadinnassa on siis ollut mukana monen opettajan näkökulma.

Testi toteutettiin opiskeluihin orientoivalla viikolla ennen varsinaisten opintojen alkua. Kellään opiskelijalla ei siis ollut aikaisempia yliopiston matematiikan opintoja takanaan, joten lähtötilanne oli kaikilla samanlainen. Toisaalta läheskään kaikki aloittavat opiskelijat eivät osallistuneet orientoivaan viikkoon, sillä matematiikan opiskelupaikan vastaanotti vuonna 2012 181 opiskelijaa. Lisäksi matematiikan aineenopettajan opiskelupaikan vastaanotti vuonna 2012 27 opiskelijaa (Tilasto matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan päävalinnasta 2012). Eli 208 opiskelijaa aloitti matematiikan opinnot vuonna 2012 ja niistä yhteensä 143 osallistui testiin. Papereiden karsimisen jälkeen otokseksi tuli lopulta 124 eli lähes 60 % aloittavista matematiikan opiskelijoista. Näyte on siis mielestäni riittävän suuri antamaan tietoa uusista matematiikan opiskelijoista.

Vastauspaperit tarkistettiin moneen kertaan, joten pisteytys on jokaisen opiskelijan kohdalla johdonmukainen. Pohjatiedot ja pisteet syötettiin Excel-taulukkoon, jonka avulla laskettiin keskiarvot ja keskihajonnat ja sen avulla saatiin lisäksi muut tutkimuksen kaaviot.

Käytetty mittaväline (kyselylomake ja pisteytyskriteerit) on reliaabeli, sillä pisteytyskriteerit olivat tarkkaan määritelty, sillä tehtävistä sai joko 0 tai 1 pistettä ja oikeat ratkaisuvaihtoehdot, jolla yhden pisteen sai, oli etukäteen päätetty. Jos tutkimus toistettaisiin, saataisiin luultavasti siis samanlaiset tulokset. Tutkimus oli myös validi, sillä tutkittaviin asioihin sai alkutestistä suoraan vastauksen. Opiskelija vastasi vain siihen, mitä tutkimuksessa kysyttiin. Opiskelija joko osasi tai ei osannut tehdä tehtävää. Opiskelija myös vastasi mielestään joko varmasti oikein, oli epävarma tai arvasi vastauksensa. Tuloksin varaa ei siis ollut.

## 8 Pohdintaa

Tutkimuksen tulokset olivat odotettujen suuntaisia. Yliopiston matematiikan opiskelijat osasivat tehtäviä keskimäärin hyvin. Joukosta löytyi tosin yllättävän heikkojakin ratkaisuja, joita tarkastaessa saattoi ajatella, onko opiskelija varmasti oikealla alalla. Trigonometria ja logaritmit olivat monilla heikosti hallussa ja lausekkeen sievennystehtävä saatiin muuttaa yhtälönratkaisutehtäväksi kesken laskun. Tämän tyyppisiä virheitä ja osaamattomuutta ei saisi nähdä, kun tehtävää on ratkomassa ylioppilastutkinnon arvosanaksi L saanut opiskelija. Ilmiö on varmasti seurausta varsinkin symbolisen laskimen sallimisesta ylioppilaskirjoituksissa. Pisteet olivat keskimäärin heikompia kuin teknillisessä korkeakoulussa, joka luultavasti johtuu siitä, että moni pitää ”välivuotta” yliopiston matematiikan laitoksessa, kun ei ole päässyt sisään teknilliseen korkeakouluun, lääketieteelliseen korkeakouluun tai kauppar korkeakouluun. Teknillisen korkeakoulun osaamisvaatimukset ovat korkeammat kuin Helsingin yliopiston matematiikan laitoksen, sillä sisään yliopistoon pääsee pelkästään sillä, että on saanut ylioppilaskirjoituksissa pitkästä matematiikasta arvosanan E (Matemaattisluonnontieteellisen tiedekunnan valintaperusteet). Toisaalta teknilliseen korkeakouluun voi päästä myös tätä alemmalla arvosanalla, jos vain menestyy pääsykokeissa riittävän hyvin.

Miesten ja naisten osaamisella ei ollut suurta eroa. Sen sijaan miehet kokivat olevansa varmempia osaamisestaan kuin naiset ja naiset olivat useimmin epävarmoja ratkaisunsa suhteen kuin miehet. Kysymys erikseen on, näkyvätkö varmuuserot juuri matematiikassa vai olisiko sitä havaittavissa myös muissakin kouluaineissa. Matematiikan osaamisessa varmuuseroja sukupuolten välillä näkyy jo alakouluiässä, joten tyttöjen itsevarmuuden kohottamiseen pitäisi panostaa jo siinä vaiheessa. Esimerkiksi yksi asia, mitä voitaisiin kehittää, on koulukirjat varsinkin peruskoulussa. Matematiikan tehtäväkirjojen tehtävät ovat usein suunnattu enemmän pojille kuin tytöille. Sanallisissa tehtävissä käytetään usein esimerkiksi jalkapallokenttää, palloa, autoja ja muita esimerkkejä stereotyyppisiltä miesten aloilta. Yhtä hyvin esimerkit voisivat olla sukupuolineutraaleja asioita kuten kodin olohuone, omena ja koira.

Matematiikan laitoksella on mahdollista käydä kurssi ”Lukiomatematiikan kertaus”. Alkutestiä voisi jatkossa käyttää hyväksi esimerkiksi niin, että sen tekisi jokainen aloittava opiskelija lähtötasotestinä ja tietyn pistemäärän alittaneet opiskelijat suorittaisivat pakollisena kurssin ”lukiomatematiikan kertaus”. Siellä he voisivat kerrata niitä asioita, jotka testissä tuottivat hankaluuksia. Ainakin opiskelijan olisi hyvä heti opintojen alussa tietää, mitä lukiomatematiikan asioita hänen olisi syytä kerrata pärjätäkseen yliopisto-opinnoissa.

Jonkinlainen pikainen muutos olisi lukion pitkän matematiikan opiskeluun ja ylioppilaskirjoituksiin tehtävä, jotta oikea osaaminen tulisi parhaimmalla mahdollisella tavalla ilmi. Alkutestin vastauspapereita tarkastaessa alkoi vaikuttamaan siltä, että lukiossa on liian helppoa saada sekä pitkästä matematiikasta päättötodistukseen arvosana 10 että ylioppilaskirjoituksista arvosana L. Mielestäni, jos opiskelija saa kokonaisuudessa (päättötodistus/ylioppilastutkinto) kiitettävän arvosana, on hänen osaamisensa oltava kiitettävää kaikin puolin. Samanlaisia huomioita ovat tehneet myös monet muut. Matemaattisten alojen opettajien liitto sai vuonna 2011 avoimen kirjeen, jossa monet opettajat, diplomi-insinöörit, luokanopettajat, abiturientit, professorit ja muut matemaattisten alojen asiantuntijat ovat esittäneet huolensa tämän hetkisestä matematiikan opetuksesta. Kirjeessä he moittivat tämän hetkistä lukio-opetusta, joka ei heidän mukaansa anna riittäviä valmiuksia jatkopaikan kannalta. Ylioppilaista heidän mukaansa on liian vähällä opiskelijoista perustaidot hallussa (Aalto et al. 2011). Vastaus kirjeeseen tuli pian avoimen kirjeen julkaisemisen jälkeen. Yksi tärkeä muutosehdotus, mitä MAOL ehdottaa on, että *”Tärkeämpää kuin yksittäisten sisältöjen oppiminen, on oppia matemaattista lukutaitoa ja matemaattista ajattelua.”* (Iho, Setälä 2011)

Joka tapauksessa muutosta tapahtuu, sillä matematiikan ylioppilaskirjoitukset sähköistetään vuoteen 2019 mennessä, mutta pohtimisen arvoista on, millaisena kirjoitukset pidetään siihen saakka. Pysytäänkö perinteisellä linjalla niin, että ylioppilaskirjoituksissa on 15 tehtävää, joista 10 tehtävää ratkaistaan apuneuvoja (laskin, graafinen laskin, symbolinen laskin ja taulukkokirja) käyttäen vai siirytäänkö sähköiseen ylioppilaskirjoitukseen vähän kerrallaan. Mielenkiintoista on nähdä, millaiset ensimmäiset sähköiset ylioppilaskirjoitukset tulevat olemaan.



## Lähteet

Aalto S. et al. (2011) Avoin kirje Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitolle, Verkkosolmu. Viitattu 5.9.2013 [Online]  
<http://solmu.math.helsinki.fi/2011/maol.pdf>

Benbow, C.P. (1988a) Sex differences in mathematical reasoning ability in intellectually talented preadolescents: their nature, effects and possible causes. *Behavioral and Brain Sciences*, 11, 169 - 183.

Benbow, C.P. (1988b) Sex differences in precocious mathematical reasoning ability: Not illusory, not easily explained. *Behavioral and Brain Sciences*, 11, 189 - 194.

Bohlin, C.F. (1994) Learning style factors and mathematics performance: Sex-related differences. *International Journal of Educational Research*. 21 (4), 387–398

Connellan, J., Baron-Cohen, S., Wheelwright, S., Batki, A., & Ahluwalia, J. (2000). Sex differences in human neonatal social perception. *Infant Behavior & Development*, 23, 113–118.

Frost, L. A., Hyde, J. S. & Fennema, E. (1994) Gender, mathematics performance, and mathematics related attitudes and affect: a meta-analytic synthesis. *International Journal of Educational Research* 21 (4), 373–385.

Hannula, M., Kupari P., Pehkonen L., Räsänen P., Soro R. (2004) *Matematiikka ja sukupuoli*. Teoksessa P.Räsänen, P.Kupari, T.Ahonen & P.Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Hannula, M. (2001) Mitä matematiikan opettajan tulee tietää tytöistä ja pojista? Viitattu 5.9.2013 [Online]  
<http://tina.tkk.fi/tietopankki/hannula.pdf>

Hannula, M. & Malmivuori, M.-L. (1996) Feminine structures in mathematical beliefs and performances. In E. Pehkonen (ed.) *Current state of research on mathematical beliefs; Proceedings of the MAVI-3 workshop; August 23–26, 1996*. Research report 170. Department of Teacher Education, University of Helsinki.

Hyde, J.S. (1981) How large are cognitive gender differences? *American Psychologist* 36, 892–901.

Hyde, J. S., Fennema, E. & Lamon, S. J. (1990) Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological bulletin* 107, 139–155.

Hyde, J. S., Mertz, J. E., (2009) Gender, culture, and mathematics performance. University of Wisconsin

Iho I., Setälä M. (2011) Vastaus Matemaattisten Aineiden Opettajien Liitolle osoitettuun avoimeen kirjeeseen, Verkkosolmu, <http://solmu.math.helsinki.fi/2011/MAOLvastaus.pdf>

Jones, L. & Smart, T. (1995) Confidence and mathematics. *Gender and education* 7 (2), 157–166

Kelly, A., Smail, B. & Whyte, J. (1981). Initial GIST survey: Results and implications. Manchester, Girls Into Science and Technology.

Kelly, A. et al. 1982. Gender roles at home and school. *British Journal of Sociology of Education* 3 (3), 281–295.

Kling, Kristen C., Hyde, Janet Shibley, Showers, Carolin J., Buswell, Brenda N. (1999) Gender Differences in Self-Esteem: A Meta-Analysis. *Psychological bulletin* 125(4), 470–500.

Kupari, P. (1996) Miten peruskoululaisten matematiikan oppimiselle on käynyt säästöjen kourissa? Teoksessa: Jakku-Sihvonen R., Lindström A. & Lipsanen S. (toim.) Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa. Opetushallitus. Yliopistopaino 436–450.

Lampela, K. & Lahelma, E. 1996. Tytöt ja pojat peruskoulussa – kouluhenkilöstön näkemyksiä tasa-arvosta. Teoksessa: Jakku-Sihvonen R., Lindström A. & Lipsanen S. (toim.) Toteuttaako peruskoulu tasa-arvoa. Opetushallitus. Yliopistopaino 225–240.

Leder, G. (1995) Equity inside the mathematics classroom: Fact or artifact? In Secada, W.G., Fennema, E. & Adajian L.B (eds.) *New directions for equity in mathematics education*. Cambridge University Press.

Lohjan Yhteislyseon lukio (2013), Lohjan Yhteislyseon lukion matemaattisten aineiden lehtorien tutkielma, kuinka paljon pisteitä yo-kirjoituksissa voi saada symbolisen laskimen käytöllä. Viitattu 5.9.2013 [Online] <http://solmu.math.helsinki.fi/2013/laskin.pdf>

Matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan valintaperusteet. Viitattu 5.9.2013. [Online] <http://www.helsinki.fi/ml/valinnat/mfk.html>

McKeever, W. (1995) Hormone and hemisphericity hypotheses regarding cognitive sex differences: possible future explanatory power, but current empirical chaos. *Learning and Individual differences*, 7 (4), 323–340

Niemi, E. K. (2008) Matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. vuosiluokalla vuonna 2007. Oppimistulosten arviointi 1/2008. Opetushallitus. Helsinki. Yliopistopaino.

[http://www.oph.fi/download/46754\\_matematiikka\\_6luokka\\_2007.pdf](http://www.oph.fi/download/46754_matematiikka_6luokka_2007.pdf)

Opetushallitus (2003). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. Vammala. Vammalan Kirjapaino Oy. Viitattu 5.9.2013 [Online]

[http://www.oph.fi/download/139848\\_pops\\_web.pdf](http://www.oph.fi/download/139848_pops_web.pdf)

Opetushallitus. (2003). Lukion opetussuunnitelman perusteet. Vammala. Vammalan Kirjapaino Oy. Viitattu 5.9.2013 [Online]

[http://www.oph.fi/download/47345\\_lukion\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2003.pdf](http://www.oph.fi/download/47345_lukion_opetussuunnitelman_perusteet_2003.pdf).

Opetushallitus (2004). Koulu – sukupuoli – oppimistulokset. Helsinki. Viitattu 5.9.2013 [Online]

[http://www.oph.fi/download/48970\\_koulu\\_sukupuoli\\_oppimistulokset.pdf](http://www.oph.fi/download/48970_koulu_sukupuoli_oppimistulokset.pdf)

Orenstein, P. (2000) Schoolgirls: Young Women, Self Esteem, and the Confidence Gap. American Association of University Women. Anchor Books.

Sutherland, M. B. (1982) Sex bias in education. Oxford, Basil Blackwell.

Tilasto matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan päävalinnasta 2012. Viitattu 5.9.2013. [Online]

<http://www.helsinki.fi/ml/valinnat/tilastot/valintatilasto2012.pdf>

Tuohi, R., Helenius, J, & Hyvönen R. (2004) Tietoa vai luuloa – insinööriopiskelijan matemaattiset lähtövalmiudet. Turku: Turun ammattikorkeakoulu.

Tuohi R. (2009) Matematiikan lähtötasotestaus Turun ammattikorkeakoulussa tekniikan ja liikenteen alalla

vuosina 1999–2004 ja 2008, Solmu 3/2009. Viitattu 5.9.2013 [Online]

<http://solmu.math.helsinki.fi/2009/3/alkutestaus.pdf>

Väljærvi J. & Linnakylä P. (2002) Tulevaisuuden osaajat. Viitattu 5.9.2013. [Online]

[http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/PISA\\_skyrslur\\_almennt/2\\_skyrslur\\_tatt\\_okurikja\\_PISA/PISA\\_2000\\_finnland.pdf](http://www.namsmat.is/vefur/rannsoknir/PISA_skyrslur_almennt/2_skyrslur_tatt_okurikja_PISA/PISA_2000_finnland.pdf)

## KYSELY

## Liite 1

1. Sukupuoli  nainen

mies

2. Pääaine  matematiikka  tilastotiede

muu, mikä \_\_\_\_\_

3. Pohjakoulutus

lukio

• lukiossa luin

pitkän matematiikan kurssit

lyhyen matematiikan kurssit

• lukion päättötodistuksessa matematiikan arvosanani oli \_\_\_\_\_

• kirjoitin ylioppilaaksi vuonna \_\_\_\_\_

• ylioppilaskirjoituksissa

kirjoitin pitkän matematiikan

pakollisena

ylimääräisenä

ja arvosanani oli \_\_\_\_\_

kirjoitin lyhyen matematiikan

pakollisena

ylimääräisenä

ja arvosanani oli \_\_\_\_\_

en kirjoittanut matematiikkaa

muu pohjakoulutus, mikä \_\_\_\_\_

## TEHTÄVÄT

Kirjoita saamasi tulos tälle paperille kunkin tehtävän kohdalle. Lisää rasti tuloksen perään ruudukkoon ilmaisemaan, miten varma olet vastauksesi oikeellisuudesta (varmasti oikein = 3, epävarma = 2, arvaus = 1). Tehtävien suorituksen aikana saa esillä olla vain kirjoitusvälineet.

Sievennä seuraavat lausekkeet 1–9:

1.  $|-6| + |+5| =$

1	2	3

2.  $\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{4} =$

1	2	3

3.  $\sqrt{3^2 + 4^2} =$

1	2	3

4.  $\frac{2x+2}{5} - \frac{x+1}{5} =$

1	2	3

5.  $a^2 - (a+1)^2 + 2a =$

1	2	3

6.  $\frac{a^2 - b^2}{a - b} =$

1	2	3

7.  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

1	2	3

8.  $\sin^2 x + \cos^2 x =$

1	2	3

9.  $\ln x^2 - 2 \ln x =$

1	2	3

10. Järjestä pienimmästä suurimpaan murtoluvut  $\frac{2}{7}, \frac{2}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}$ .

1	2	3

11. Ratkaise  $R$  kaavasta  $U = E - IR$ .

1	2	3

12. Ratkaise  $x$  yhtälöstä  $x^2 - 2 = 0$ .

1	2	3

13. Ratkaise  $x$  yhtälöstä  $x^2 - 2x = 0$ .

1	2	3

14. Alla on esitetty yhtälöt A, B,...,L. Minkä yhtälön kuvaaja on

a) nouseva suora, joka leikkaa  $y$ -akselin kohdassa 5

1	2	3

b) alaspäin aukeava paraabeli

1	2	3

c) origokeskinen ympyrä, jonka säde on 5

1	2	3

A.  $y = 2x + 5$

B.  $y = -x + 5$

C.  $y = 5 - 2x$

D.  $y = 2 + 5x$

E.  $y = 2x^2 + 5$

F.  $y = -2x^2 + 5$

G.  $y = x^2 - 2x + 5$

H.  $y = x^2 - 5$

I.  $x^2 + y^2 + 25 = 0$

J.  $x^2 + y^2 - 5 = 0$

K.  $x^2 - y^2 + 5 = 0$

L.  $x^2 + y^2 - 25 = 0$

15. Määritä vektorin  $6\vec{i} - 8\vec{j}$  pituus.

1	2	3

16. Laske  $\vec{a} - \vec{b}$ , kun  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  ja  $\vec{b} = -5\vec{i} - 2\vec{j}$ .

1	2	3

17. Derivoi  $x$ :n suhteen  $x^3 + 2x - 1$ .

1	2	3

18. Määritä  $\frac{dV}{dr}$ , kun  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

1	2	3

19. Määritä  $\int 2x dx$ .

1	2	3

20. Määritä  $\int_0^1 e^x dx$ .

1	2	3

## Liite 2

TEHTÄVÄ 1:		TEHTÄVÄ 3:		TEHTÄVÄ 2:	
kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	Vastaus
4 x	-1	13 x	$\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = \pm 5$	4 x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21} = \frac{4}{21} : \frac{1}{4} = \frac{4}{21} \cdot 4 = \frac{16}{21}$
1 x	1	1 x	$\sqrt{25}$	4x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21} = \frac{4}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{84}$
		1 x	$\sqrt{9+16} = \sqrt{15}$	3 x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21} = \frac{4}{1} \cdot \frac{21}{4} = 21$
				1 x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21} = \frac{4}{21} : \frac{1}{4} = \frac{21}{26}$
				1 x	$\frac{1}{12} - \frac{1}{28} = \frac{5}{56} - \frac{2}{56} = \frac{3}{56}$
				1 x	$\frac{4}{21} = \frac{8}{21}$
				1 x	$\frac{1}{12}$
				1 x	$\frac{6}{4} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$
				1 x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{4}{21} = \frac{1}{4}$
				1 x	$\frac{7}{21} - \frac{3}{21} = \frac{6}{21} = \frac{6}{21} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{84} = \frac{1}{14}$

TEHTÄVÄ 4:		TEHTÄVÄ 5:		TEHTÄVÄ 6:	
kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus
13 x	$\frac{2x+2-x-1}{5} = \frac{x-1}{5}$	17 x	$a^2 - (a^2+2a+1)+2a = a^2 - a^2 - 2a + 2a + 1 = 1$	2 x	a-b
1 x	$\frac{3x+3}{5} = \frac{3}{5} \left( \frac{x+1}{5} \right)$	7 x	$a^2 - a^2 + 2a + 1 + 2a = 4a + 1$		$\frac{a+b}{a-b}$
1 x	$\frac{2x+2}{5} = \frac{x+1}{5}$ $2x+2 = x+1$ $x = -1$	2 x	$a^2 - (a^2+1)+2a = 2a-1$		ei sievene
1 x	$\frac{2(x+1)}{5} - \frac{x+1}{5} = 1$	1 x	$a^2 - (a^2+a+1)+2a = -a-1+2a = a-1$		en osaa
1 x	$\frac{2x+2-x-1}{5} = \frac{x+1}{5} \quad (\cdot 5 = 5x+5)$	1 x	$a^2 - (a^2+2a+1)+a = -a-1$		

1 x	$5(2x+2) - 5(x+1)$ $= 10x+10 - 5x - 5 = 5x+5$				
1 x	$\frac{1}{5}(2x+2) - \frac{1}{5}(x+1)$ $= \left(\frac{2}{5}x + \frac{2}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}\right)$ $= \frac{x}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1}{5}(x+3)$				
1 x	-1				

TEHTÄVÄ 7:		TEHTÄVÄ 8:		TEHTÄVÄ 9:		TEHTÄVÄ 10:	
kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus
2 x	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1 x	$\frac{1}{2} \sin 2x$	1 x	en osaa	5 x	$\frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$
2 x	$\frac{1}{2}$	1 x	$\tan^2 x$	1 x	$\ln x^2 - \ln x^2$ $= \ln \frac{x^2}{x^2}$ $= \ln 1$	2 x	$\frac{1}{7} = \frac{6}{42}, \frac{1}{6} = \frac{7}{42}, \frac{2}{6} = \frac{14}{42}, \frac{2}{7} = \frac{18}{42}$
1 x	$90^\circ$	1 x	$\tan x$			2 x	$\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}$
			en osaa			1 x	$\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{2}{6}, \frac{2}{7}$
						1 x	$\frac{1}{6} < \frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{2}{6}$
						1 x	$\frac{2}{6}, \frac{2}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$
						1 x	$\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{2}{7}$
						1 x	$\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{7}$

TEHTÄVÄ 11:		TEHTÄVÄ 12:		TEHTÄVÄ 13:	
kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus
3 x	$U-E = IR$ $\frac{U-E}{I} = R$	16 x	$x^2 = 2$ $x = \sqrt{2}$	5 x	$x^2 = 2x$ $x = 2$
1 x	$U = E - IR$ $U - E = -IR$ $R = -\frac{E-U}{I}$	5 x	$x^2 = 2$ $x = \pm 2$	3 x	$x = 0$ tai $x = \pm\sqrt{2}$

TEHTÄVÄ 14: (väärin tehty tehtävä on tummennettuna)		varmuus	TEHTÄVÄ 15:	
kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus			vastaus



usta				
3 x	A,F,I	3,3,3	1 x	$\sqrt{6^2 + 8^2}$
2 x	B,F,L	3,3,3	1 x	$\sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{99}$
2 x	ABC,F,L	3,3,3	1 x	$ 6i - 8j  = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = \pm 10$
1 x	ADE,F,L	3,3,3	1 x	$ 6i - 8j  = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 36 + 64 = 100$ , vastaus : 100
1 x	AD,FG,L	3,3,3		
1 x	A,H,I	3,3,2		
1 x	A,y,L (kirjoitusvirhe?)	3,3,2		
1 x	C,F,L	3,3,3		
1 x	-,FIJL,IL	2,3,2		
1 x	A,G,I	3,3,2		
2 x	A,F,K	3,3,3		
1 x	ABCEFGI,F,L	3,2,3		

TEHTÄVÄ 16:		TEHTÄVÄ 17:	
kuinka monta samanlaista vastausta	Vastaus	kuinka monta samanlaista vastausta	vastaus
3 x	$2\bar{i} - 3\bar{j} - (-5\bar{i} - 2\bar{j}) = 7\bar{i} + \bar{j}$	2 x	$3x^2 + x$
1 x	$-3\bar{i} - 5\bar{j}$	1 x	$Dx^3 + 2x - 1 = 2x^2 + 2$
1 x	$\bar{a} - \bar{b} = (2 - 5)\bar{i} - (-3 - 2)\bar{j} = 3\bar{i} + 5\bar{j}$	1 x	$D(x^3 + 2x - 1) = 3x + x$
1 x	$2\bar{i} - 3\bar{j} - (5\bar{i} - 2\bar{j}) = 2\bar{i} - 3\bar{j} - 5\bar{i} + 2\bar{j} = -3\bar{i} - \bar{j}$		

TEHTÄVÄ 18:		TEHTÄVÄ 19:		TEHTÄVÄ 20:
2 x	$\frac{d4\pi r^3}{3} \cdot \frac{1}{dr} = \frac{4\pi r^2}{3}$	$\frac{43}{x}$	$x^2$	ei vääriä vastauksia, kun opiskelija ilmoittanut vastauksensa varmasti oikein
1 x	$\int \frac{4}{3}\pi r^3 dr = \int \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{r^4}{4} + c = \frac{r^4}{3}\pi + c$	1 x	2	
1 x	$\frac{4\pi r^4}{r} = 4\pi r^3$	1 x	$\frac{1}{2}x^2$	
1 x	En osaa	1 x	$/x^2$	
		1 x	$/\frac{1}{2}x^2$	
		1 x	$\int 2x dx = \frac{2}{3}x^3 + C, C \text{ on vakio}$	