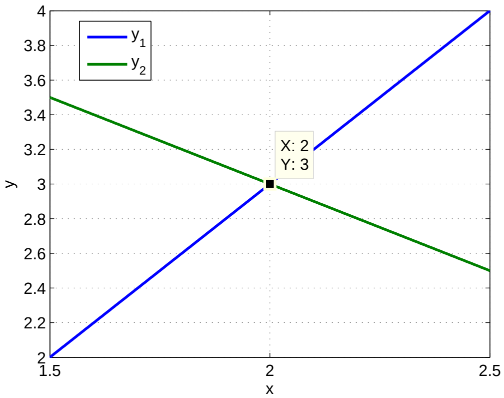
1. Tehtävä 1

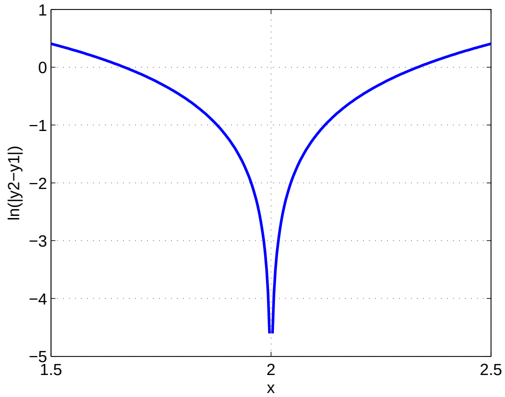
(a)

Tehdään muuttujasta x ns. vapaa muuttuja esim. linspace-komennon avulla ja piirretään kuvaajat y_1 ja y_2 sen funktiona. Aluksi joudutaan ehkä haarukoimaan, missä leikkauspiste sijaitsee ja valitsemaan pisteet x laajalta väliltä. Lopulta löydetään, että leikkaus piste sijaitsee pisteen $x = 2$ lähistöllä. Valitaan uusi, tiheä x-pisteistö tämän pisteen ympäriltä.

Piirretään kuvaajat y_1 ja y_2 näillä uusilla x:n arvoilla. Leikkauspiste voidaan joko lukea suoraan kuvasta. Apuna voidaan käyttää 'Data Cursor' -työkalua.

Joskus kuvaajat leikkaavat toisensa hyvin pienessä kulmassa, jolloin tarkan leikkauspisteen lukeminen on hankalaa. Tällöin voidaan tutkia erikseen kuvaajien erotusta, ja ottaa vielä logaritmi sen itseisarvosta. Kuvaajaassa $\ln(|y_2 - y_1|)$ leikkauspiste $y_1 = y_2$ erottuu helposti terävänä piikkinä kohti negatiivista ääretöntä.



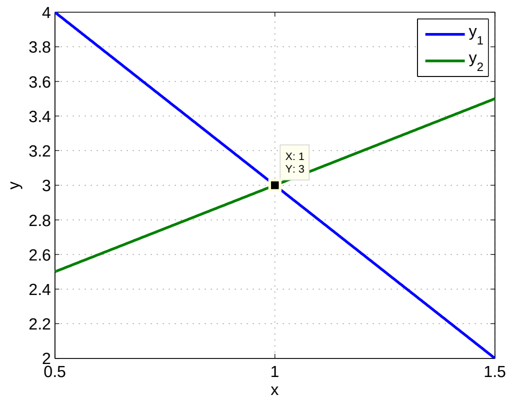


Kuvaajat siis leikkaavat pisteessä $x = 2$, jossa $y_1 = y_2 = 3$. Alla vielä kuvien tuottamiseen käytetty Matlab-koodi.

```
% TEHTÄVÄ 1
x = linspace(1.5,2.5,301);

y1 = 2*x -1;
y2 = -x + 5;

figure(1); plot(x,y1,x,y2,'LineWidth',2); grid
xlabel('x')
ylabel('y')
legend('y_1','y_2')

erotus = abs(y2-y1); % abs = itseisarvo

figure(2); plot(x,log(erotus),'LineWidth',2); grid
xlabel('x')
ylabel('ln(|y2-y1|)')
```

(b)

Samoin kuin edellä. Suorat leikkaavat pisteessä $x = 1$, jossa $y_1 = y_2 = 3$

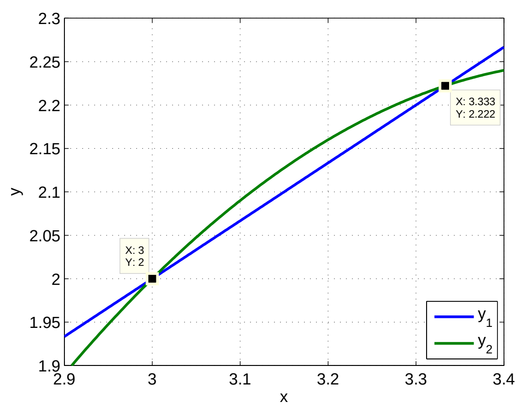


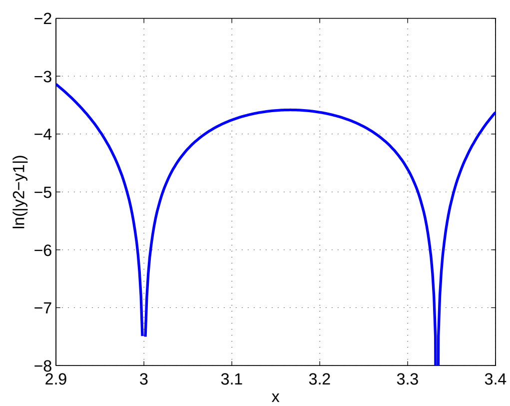

```
% Tehtävä 1b
x = linspace(0.5,1.5,301);

y1 = -2*x + 5;
y2 = x + 2;

figure(1); plot(x,y1,x,y2,'LineWidth',2); grid
xlabel('x')
ylabel('y')
legend('y_1','y_2')
```

2. Tehtävä 2

(a)

Toisen asteen yhtälön tapauksessa leikkauspisteitä voi olla kaksi. Leikkauspisteiksi löydetään $(x, y) = (3, 2)$ ja $(x, y) \approx (3.33, 2.22)$.



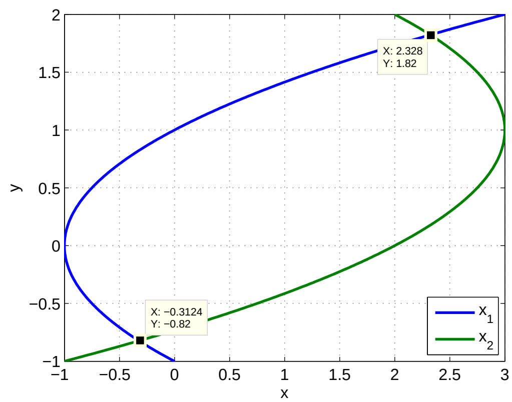



```
% Tehtävä 2a

x = linspace(2.9,3.4,301);

y1 = 2/3*x;
y2 = -x.^2 + 7*x - 10;

figure(1); plot(x,y1,x,y2,'LineWidth',2); grid; axis([2.9 3.4 1.9 2.3])
xlabel('x')
ylabel('y')
legend('y_1','y_2','Location','SouthEast')

erotus = abs(y2-y1);
```

```
figure(2); plot(x,log(erotus),'LineWidth',2); grid; axis([2.9 3.4 -8 -2])
xlabel('x')
ylabel('ln(|y2-y1|)')
```

(b)

Nyt y on vapaa muuttuja. Paraabelien leikkauspisteiksi löydetään $(x, y) \approx (-0.31, -0.82)$ ja $(x, y) \approx (2.33, 1.82)$




```
% Tehtävä 2b

y = linspace(-1,2,301);

x1 = y.^2 - 1;
x2 = -y.^2 + 2*y + 2;

figure(1); plot(x1,y,x2,y,'LineWidth',2); grid
xlabel('x')
ylabel('y')
legend('x_1','x_2','Location','SouthEast')
```

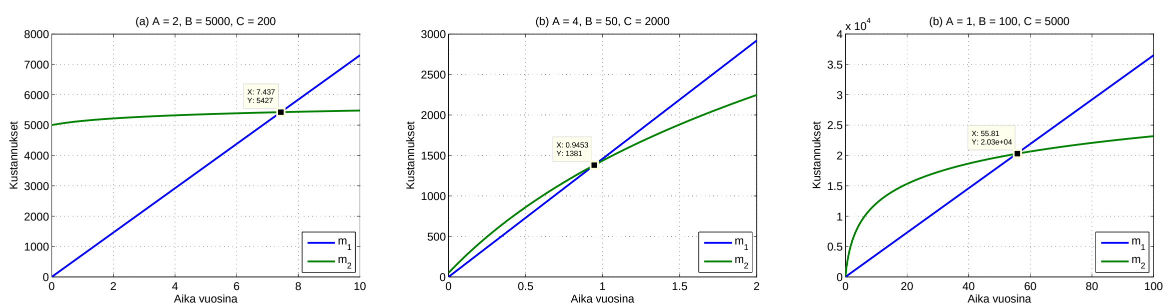
3. Tehtävä 3

Tässäkin ratkaisu perustuu vain kuvaajien piirtämiseen ja haarukointiin.

(a) $t \approx 7.4$ (vuotta), $m \approx 5430$

(b) $t \approx 0.95$ (vuotta), (346 päivää), $m \approx 1380$

(c) $t \approx 56$ (vuotta), $m \approx 20300$




```
% Tehtävä 3

% (a)
t = linspace(0,10,750); % aika vuosina

A = 2; B = 5000; C = 200;

m1 = A*t*365; % Huom. ajan muuttaminen päiviksi!
```

```
m2 = B + C*log(t + 1);

figure(1); plot(t,m1,t,m2,'LineWidth',2); grid
title('(a) A = 2, B = 5000, C = 200')
xlabel('Aika vuosina')
ylabel('Kustannukset')
legend('m_1','m_2','Location','SouthEast')

% (b)
t = linspace(0,2,750); % aika vuosina

A = 4; B = 50; C = 2000;

m1 = A*t*365; % Huom. ajan muuttaminen päiviksi!
m2 = B + C*log(t + 1);

figure(1); plot(t,m1,t,m2,'LineWidth',2); grid
title('(b) A = 4, B = 50, C = 2000')
xlabel('Aika vuosina')
ylabel('Kustannukset')
legend('m_1','m_2','Location','SouthEast')

% (c)
t = linspace(0,100,750); % aika vuosina

A = 1; B = 100; C = 5000;

m1 = A*t*365; % Huom. ajan muuttaminen päiviksi!
m2 = B + C*log(t + 1);

figure(1); plot(t,m1,t,m2,'LineWidth',2); grid
title('(b) A = 1, B = 100, C = 5000')
xlabel('Aika vuosina')
ylabel('Kustannukset')
legend('m_1','m_2','Location','SouthEast')
```

4. Tehtävä 4

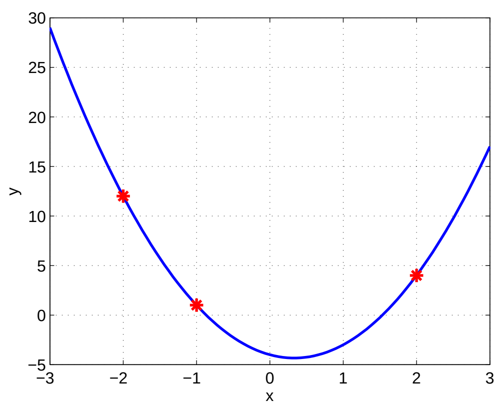
Tunnetuista pisteistä saadaan kolme yhtälöä

$$\begin{cases} a(-2)^2 + b(-2) + c &= 12 \\ a(-1)^2 + b(-1) + c &= 1 \\ a(2)^2 + b(2) + c &= 4 \end{cases},$$

jotka voidaan kirjoittaa matriisiyhtälönä

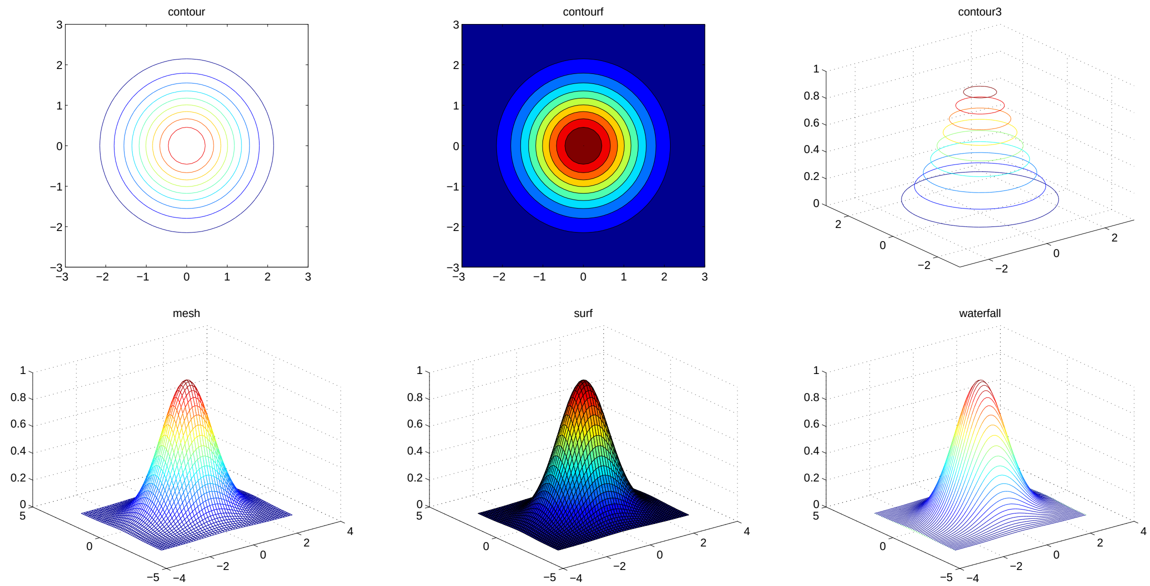
$$\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix},$$

josta ratkeaa $a = 3$, $b = -2$ ja $c = -4$.



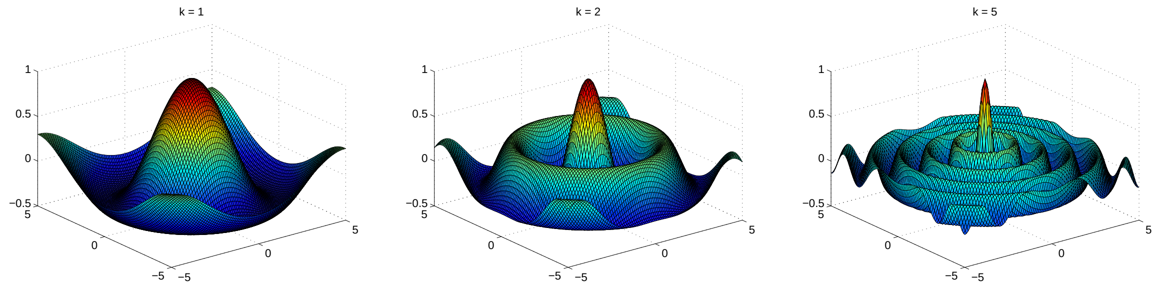
```
% Tehtävä 4

A = [4 -2 1; 1 -1 1; 4 2 1];
b = [12; 1; 4];

v = A\b

a = v(1); b = v(2); c = v(3);

x = linspace(-3,3,101);

y = a*x.^2 + b*x + c;

figure(1); plot(x,y,-2,12,'*r',-1,1,'*r',2,4,'*r','LineWidth',2,'Markersize',10); grid
xlabel('x')
ylabel('y')
```

5. Tehtävä 5




```
% Tehtävä 5

a = linspace(-3,3,51);

[X,Y] = meshgrid(a);

G = exp(-(X.^2 + Y.^2)/2);

figure(1); contour(X,Y,G); axis square
title('contour')
figure(2); contourf(X,Y,G); axis square
title('contourf')
figure(3); contour3(X,Y,G)
title('contour3')
figure(4); mesh(X,Y,G)
title('mesh')
figure(5); surf(X,Y,G)
title('surf')
figure(6); waterfall(X,Y,G)
title('waterfall')
```

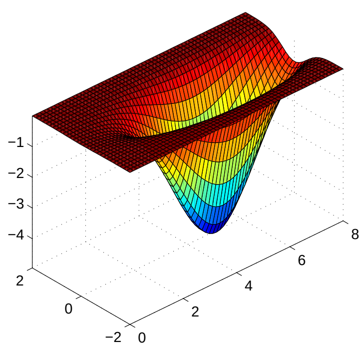
6. Tehtävä 6




```
% Tehtävä 6

[X,Y] = meshgrid(linspace(-5,5,101));

RHO = sqrt(X.^2 + Y.^2);

k = 1;
J = besselj(0,k*RHO);
figure(1); surf(X,Y,J); title('k = 1')

k = 2;
J = besselj(0,k*RHO);
figure(2); surf(X,Y,J); title('k = 2')

k = 5;
J = besselj(0,k*RHO);
figure(3); surf(X,Y,J); title('k = 5')
```

7. Tehtävä 7

Esimerkkikuvaaja piirrettynä suorakaiteenmuotoisessa alueessa arvoilla $A = -5$, $x_0 = 5$, $y_0 = 0$, $\sigma_x = 1.5$ ja $\sigma_y = 0.5$



```
% Tehtävä 7

x = linspace(0,8,60);
y = linspace(-2,2,30);

[X,Y] = meshgrid(x,y);

A = -5;
x0 = 5;
y0 = 0;
sx = 1.5; % sigma_x
sy = 0.5; % sigma_y

G = A*exp(-((X-x0).^2/(2*sx^2) + (Y-y0).^2/(2*sy^2)));

figure(1); surf(X,Y,G); axis equal
```