

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

1. kursprovet 23.10.2014

Lämna utrymme ovan på första sidan av svarsappret för antecknandet av poängtal.

1. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + n}{n^3 + 1}.$$

I uppgiften får man använda kursens satser och kunskaper om gränsvärdet av konstanta talföljder och talföljden (x_n) , där $x_n = \frac{1}{n}$ för alla n .

2. Visa på basen av definitionen för gränsvärdet av en talföljd att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 3}{n + 1} = 4.$$

(I uppgiften får man alltså inte hänvisa till de satser som bevisats på kursen som berör gränsvärdet av talföljder.)

3. Visa på basen av definitionen för gränsvärdet av en funktion att

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 = 9.$$

4. Anta att A är en icke-tom uppåt begränsad mängd av positiva reella tal och att $a = \sup A$. Vi betecknar

$$B = \{-2x \mid x \in A\}.$$

Visa noggrant att $-2a = \inf B$.

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

1. kursprovet 17.10.2013

Lämna utrymme ovan på första sidan av svarsappret för antecknandet av poängtal.

1. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 7}{5n^2 + 7}$$

på basen av kursens kunskaper. I uppgiften får man använda kunskap om gränsvärden för konstanta talföljder och talföljden $(\frac{1}{n})$, samt satser som berör gränsvärden för talföljder.

2. Visa med hjälp av definitionen för gränsvärdet av en talföljd att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 1}{n^2} = 1.$$

3. Visa med hjälp av definitionen för att en talföljd växer obegränsat (dvs. att den går mot ∞) att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n + 5} = \infty.$$

4. Anta att A är en icke-tom uppåt begränsad mängd av reella tal och att 2 är den minsta övre gränsen (dvs. supremum) till mängden A . Visa att 6 är den minsta övre gränsen till mängden

$$B = \{3x \mid x \in A\}.$$

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

1. kursprovet 18.10.2012

1. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n + 1}{n^2 + 2n + 3}.$$

I uppgiften får man använda kursens satser samt kunskap om gränsvärden för konstanta talföljder och talföljden $(\frac{1}{n})$. Motivera noggrant!

2. Visa med hjälp av definitionen av gränsvärdet för en talföljd att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{3n + 1} = \frac{2}{3}.$$

3. Visa med hjälp av definitionen av gränsvärdet för en funktion att

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 1}{3x + 1} = \frac{5}{7}.$$

4. Anta att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -1 \quad \text{och} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = \infty.$$

Visa att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \infty.$$

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

1. kursprovet 20.10.2011

1. Bestäm

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{n+2} + \frac{n+2}{2n+1} \right).$$

I uppgiften får man använda kursens satser samt kunskap om gränsvärdet för konstanta talföljder och talföljden $(\frac{1}{n})$. Motivera noggrant!

2. Visa med hjälp av definitionen av gränsvärdet för en talföljd att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 + 1}{n^2 + 7} = 7.$$

3. Visa med hjälp av definitionen av gränsvärdet för en funktion att

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 3x + 1) = 1.$$

4. Anta att A och B är icke-tomma och uppåt begränsade mängder av reella tal. Beteckna $a = \sup A$ och $b = \sup B$. Visa att

$$a + b = \sup\{x + y \mid x \in A \text{ och } y \in B\}.$$

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Kursprov 1
21.10.2010

1. Anta att $|2x - 4| < 6$ och att $|x + 2| < 2$. Visa att $|2x + 1| < 1$.
2. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2 + 1)}{(n^2 + 2)(n^2 + 3)}.$$

I uppgiften får man använda kursens satser samt kännedom om gränsvärden av konstanta följder och följden $(\frac{1}{n})$.

3. Visa på basen av definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n}) = \infty.$$

4. Anta att för alla $x \in]0, 2[$ gäller att $|f(x)| \leq 7|x - 1|^2$. Visa på basen av definitionen för gränsvärdet av en funktion att

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 0.$$