

Hemuppgifter 2A

1. (HKK Uppgift 4.1.29) Låt $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara kontinuerliga. Vi definierar funktionen $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$. Visa att funktionen h är kontinuerlig.

2. (HKK Uppgift 4.1.31) Ge funktionens

$$f(x) = \frac{x^4 + 7x^3 + 13x + 4}{x^2 + x - 6}$$

största definitionsmängd och undersök funktionens kontinuitet i denna.

Bekanta dig med *funktionens* definition och till denna hörande begrepp, som *definitions-mängd*, *målmängd*, *intervall*, *bild* och *urbild* i kursbokens kapitel 1.5, sidorna 28-30.

3. (HKK Uppgift 1.5.18) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{då } x \geq 0, \\ -x & \text{då } x < 0, \end{cases}$$

$A = (-1, 2)$, $B = [-2, -1] \cup [0, 1]$ och $C = (1, 2]$. Bestäm bilderna av mängderna A , B och C och urbilderna av mängderna $f(A)$, $f(B)$ och $f(C)$.

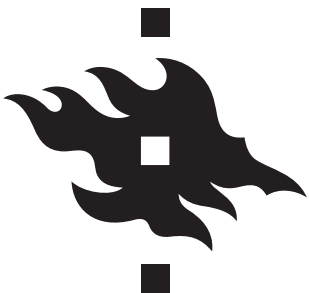
Handledningsuppgifter 2A

1. (HKK Uppgift 4.1.24) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara en funktion som är kontinuerlig i origo. Visa att om

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

för alla $x, y \in \mathbb{R}$ så är funktionen f kontinuerlig.

2. (HKK Uppgift 4.1.25(a)) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara kontinuerlig i punkten $x_0 \in \mathbb{R}$. Anta att $f(x_0) > 0$. Visa att det existerar ett sådant $r > 0$ att $f(x) > 0$ för alla $x \in (x_0 - r, x_0 + r)$.



Hemuppgifter 2L

1. (HKK Uppgift 4.2.12) I bevis 1 av Bolzanos sats (Sats 4.2.1) bevisades bara fallet $f(a) < 0$ och $f(b) > 0$. Bevisa utgående från detta fallet $f(a) > 0$ och $f(b) < 0$ genom att undersöka funktionen $-f$.
2. (HKK Uppgift 4.2.15) Visa att ekvationen $x^7 = x + 7$ har åtminstone en (reell) lösning.

Studera *sammansatta funktioner* i kursboken på sidorna 31-32.

3. (HKK Uppgift 1.5.22) Låt $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$,

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{då } x \leq 0, \\ -x & \text{då } x > 0, \end{cases}$$

och $g : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$, $g(x) = x^2$. Definiera funktionerna $g \circ f$ och $f \circ g$.

Handledningsuppgifter 2L

1. (HKK Uppgift 4.2.16) Visa att polynomet $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x - 1$ har (åtminstone) ett nollställe i intervallet $(0, 1)$ och bestäm dess närmevärde med en decimals noggrannhet.

Repetera de från skolan bekanta *trigonometriska funktionernas* geometriska definitioner och läs i kursboken kapitel 1.6 på sidorna 33-37.

2. (HKK Uppgift 1.6.4) Motivera med hjälp av bilder att $\cos(-x) = \cos x$, $\sin(-x) = -\sin x$ och $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$.