

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Gränsvärden 2015
Uppgifter 6 A och L

Uppgifter för början av veckan A1, A2, A3, A4 och A5

A1 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 3}{n^2 + 2} = \infty.$$

A2 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2}{2n^2 - 1} = \infty.$$

A3 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n^3}{2n^2 - 1} = -\infty.$$

A4: Att fundera på tillsammans under handledningen. Vi betraktar en talföljd (x_n) för vilken gäller för alla $n = 1, 2, 3, \dots$ att $x_n \geq 0$. Anta att $x_n \rightarrow a$ då $n \rightarrow \infty$. Visa att $\sqrt{x_n} \rightarrow \sqrt{a}$ då $n \rightarrow \infty$.

A5: Att fundera på tillsammans under handledningen. Anta att $x_n \rightarrow a$ då $n \rightarrow \infty$.

(i) Visa direkt utgående från definitionen att $x_{n^2} \rightarrow a$ då $n \rightarrow \infty$.

(ii) Ge påståendet att $x_{n-7} \rightarrow a$ då $n \rightarrow \infty$ en vettig betydelse. Bevisa även påståendet.

Finns det någon sats i boken från vilken dessa resultat följer?

Uppgifter för slutet av veckan L1, L2, L3, L4 och L5

L1 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 - n = \infty.$$

L2 Utred med hjälp av talet e gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n}.$$

Uppgift A4 kan vara till hjälp.

L3 Anta att $a \in \mathbb{R}$, $x_n \rightarrow a$ och $y_n \rightarrow \infty$ då $n \rightarrow \infty$. Visa att $x_n + y_n \rightarrow \infty$ då $n \rightarrow \infty$.

L4: Att fundera på tillsammans under handledningen. Anta att $a > 1$. Visa med hjälp av Bernoullis olikhet att $a^n \rightarrow \infty$ då $n \rightarrow \infty$.

L5: Att fundera på tillsammans under handledningen. Anta att $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $x_n \rightarrow a$ och $y_n \rightarrow \infty$ då $n \rightarrow \infty$. Visa att $x_n y_n \rightarrow \infty$ då $n \rightarrow \infty$. (Och vad om $a = 0$?)