

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Gränsvärden 2015
Uppgifter 4 A och L

Uppgifter för början av veckan A1, A2, A3, A4 och A5

A1 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+1} = \frac{1}{2}.$$

A2 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2+1} = 0.$$

A3 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n+1}) = 0.$$

A4: Att fundera på tillsammans under handledningen. Visa utgående från definitionen att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n+1} = 1$$

är falskt.

A5: Att fundera på tillsammans under handledningen. I kursmaterialet visas hur man med hjälp av supremum kan bevisa existensen för talet $\sqrt{2}$. Motivera på motsvarande vis existensen för talet $\sqrt{5}$.

Uppgifter för slutet av veckan L1, L2, L3, L4 och L5

L1 Visa utgående från definitionen att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+3}{n^2+n+1} = 2.$$

L2 Visa utgående från definitionen att påståendet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3}{n^2 + n + 1} = 1$$

är falskt.

L3 Anta att $x_n = \frac{1}{n}$ då n är jämnt och $x_n = \frac{1}{n^2}$ då n är udda. Konvergerar följden (x_n) ? Bevisa ditt påstående!

L4: Att fundera på tillsammans under handledningen. Anta att $|x_n| \leq 3$ gäller för alla $n = 1, 2, \dots$. Vi definierar $y_n = \frac{x_n}{n}$. Visa att följden (y_n) konvergerar.

L5: Att fundera på tillsammans under handledningen. Vi undersöker talföljderna (x_n) och (y_n) .

(a) Anta att båda divergerar. Vad vet vi om följdens $(x_n + y_n)$ konvergens eller divergens?

(b) Anta att båda divergerar. Vad vet vi om följdens $(x_n y_n)$ konvergens eller divergens?

(c) Anta att (x_n) konvergerar och (y_n) divergerar. Vad vet vi om följdens $(x_n + y_n)$ konvergens eller divergens?

(d) Anta att (x_n) konvergerar och (y_n) divergerar. Vad vet vi om följdens $(x_n y_n)$ konvergens eller divergens?

(e) Anta att (x_n) konvergerar och (y_n) divergerar. Anta vidare att för alla n gäller $x_n \neq 0$. Vad vet vi om följdens $(x_n y_n)$ konvergens eller divergens?