

Hemuppgifter 7A

1. För funktionen f antar vi att $f'(x) = \sin x$ och $f(0) = 1$. Bestäm f .
2. (HKK Uppgift 5.5.9) Låt $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 42.$$

Bestäm funktionens största och minsta värde.

3. Undersök huruvida funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sin x - x,$$

har ett lokalt extremställe i punkten $x = 0$. Rita en bild av situationen.

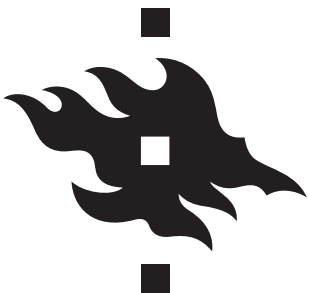
Handledningsuppgifter 7A

1. (HKK Uppgift 5.5.8) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = x + \sin x.$$

Rita en bild. Vilka är nollställena för funktionens derivata? Har funktionen lokala extremställen?

2. Vi antar att funktionen f är kontinuerlig i intervallet $\Delta \subset \mathbb{R}$, där f har de lokala extremställen $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. Visa att om x_1 är ett lokalt maximiställe så är x_2 ett lokalt minimiställe, x_3 ett lokalt maximiställe, osv.



Hemuppgifter 7L

1. (HKK Uppgift 6.5.13) Bestäm gränsvärdena

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)} \quad \text{och} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}.$$

2. (HKK Uppgift 6.3.13) Låt $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$,

$$f(x) = x^x.$$

Derivera funktionen f .

Studera *Newton-Raphsons iteration* i kursbokens kapitel 5.6, sidorna 121-123.

3. (HKK Uppgift 5.6.3) Ge lösningarna till ekvationen $\cos x = x^2$ med tre decimalers noggrannhet. Rita bild.

Handledningsuppgifter 7L

Studera tillsammans *konvexa* och *konkava* funktioners samt *vändpunktens* definition (finns inte i kursboken, men till exempel i det gamla kurskompendiet av Ritva Hurri-Syrjänen).

1. Bevisa del (b) i följande sats.

SATS: Låt $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ vara två gånger deriverbar. Då är

(a) f konvex om och endast om $f''(x) \geq 0$ för alla $x \in (a, b)$,

(b) f konkav om och endast om $f''(x) \leq 0$ för alla $x \in (a, b)$.

2. Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = (x^2 - 6x)^5.$$

Undersök funktionens f konvexitet och konkavitet samt bestäm vändpunkterna.

Kursprov 17.12.2015, kl 13-15

Newton-Raphsons iteration, konvexa och konkava funktioner samt deras vändpunkter är inte med i provområdet, men nog alla andra ämnen som behandlats på föreläsningarna och räkneövningarna.