

Hemuppgifter 1A

Repetera funktionens *ensidiga gränsvärden* och *gränsvärde i oändligheten* i kapitel 3.2 i kursboken, sidorna 63-66.

1. Definiera högergränsvärdet $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$. Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty.$$

2. (HKK Uppgift 3.2.10) Beräkna utgående från definitionen funktionens $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{5}{x^2}$$

gränsvärden $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ och $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3. (HKK Uppgift 4.3.6) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + |x|}.$$

Visa att funktionen antar sitt största och sitt minsta värde.

Handledningsuppgifter 4A

1. (HKK Uppgift 4.3.5) Låt $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ vara en kontinuerlig funktion för vilken gäller att

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty \text{ och } \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = \infty.$$

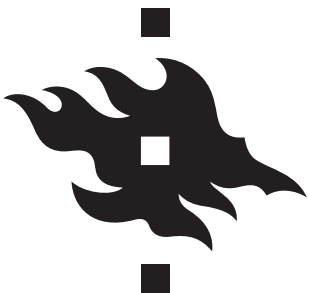
Visa att funktionen antar sitt minsta värde i mängden (a, b) .

2. Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara en kontinuerlig funktion för vilken gäller att

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \text{ och } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

Visa att f har ett största eller ett minsta värde. Ge ett exempel på ett fall då

- (a) f antar både ett största och ett minsta värde,
(b) f har ett största värde, men inte ett minsta värde.



Hemuppgifter 4L

1. (HKK Uppgift 5.1.15) Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x|x|$. Undersök utgående från definitionen om funktionen är deriverbar i origo.
2. (HKK Uppgift 5.1.18) Visa att funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, är deriverbar.

Utred *exponentialfunktionens* definition, stränga monotonicitet, kontinuitet och deriverbarhet i kapitlen 6.1 och 6.2 i kursboken, sidorna 125-129.

3. (HKK Uppgift 6.2.12) Visa att

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x - 1}{x} = 1.$$

Handledningsuppgifter 4L

1. (HKK Uppgift 5.1.21) Låt $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x}$. Beräkna utgående från definitionen funktionens f derivata f' i punkten $x_0 \in (0, \infty)$. Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$. Är funktionen deriverbar från höger i origo? Ge en geometrisk förklaring till fenomenet du upptäcker.

Studera (*den naturliga*) *logaritmfunktionen* i kapitel 6.2 i kursboken, sidorna 130-131.

2. (HKK Uppgift 6.2.14 och 6.2.15) Visa att

(a) $\ln 1 = 0$,

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$.

I hemuppgift 4A:1 definierades gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$. Definiera nu för (b)-delens lösning gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$.