

Stationaariset aikasarjat sl 2014, HT 9, viikko 49

1. Tarkastellaan monisteen yhtälössä (5.1) esitettyä yleistä ehdollisesti heteroskedastista prosessia $y_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t$, jossa $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, 1)$, h_t on positiivinen funktio muuttujista y_{t-j} , $j > 0$, ja ε_t on riippumaton muuttujista y_{t-j} , $j > 0$. Oletetaan lisäksi, että y_t on stationaarinen ja $E(y_t^2) < \infty$. Yhtälön (5.1) jälkeen tarkastellaan y_t :n odotusarvoa ja varianssia. Täydennä näitä tarkasteluja osoittamalla, että $\text{Cov}(y_t, y_{t-k}) = 0$ kaikilla $k > 0$ eli että y_t on autokorreloimaton.

Huom.: Tehtävä osoittaa mm., että yhtälöissä (6.1) ja (6.2) määritellyn AR-GARCH-mallin virhetermi u_t on autokorreloimaton (olettaen $E(u_t^2) < \infty$). Koska u_t ei kuitenkaan ole ajassa riippumaton, ovat yhtälön (6.1) AR-mallin virheet vain heikkoa valkoista kohinaa, mutta eivät vahvaa valkoista kohinaa. Edellä sanottu pätee myös alla esitetyn ARMA-GARCH-mallin virhetermille.

Seuraavat tehtävät on tarkoitus ratkaista käyttäen R-ohjelmistoa, jonka saa käyttöön kurssisivulla mainitusta linkistä. Aineistoina olevat aikasarjat OMX25, SP500 ja Euro-Dollari löytyvät myös kurssisivulta samoin kuin R-ohjelmistoa käytettäessä tarvittavat koodit ohjeineen (R-koodi_1, R-koodi_2 ja R-koodi_3, joista tarvitset lähinnä viimeksi mainittua). Ratkaisut (eli empiiristen analyysien tulokset) tulostetaan ja palautetaan harjoitustilaisuudessa.

Koodissa R-koodi_3 on mahdollista estimoida monisteen jaksossa 6 tarkastellun AR-GARCH-mallin laajennuksen eli ARMA-GARCH-mallin parametrit. Tämän mallin määrittely-yhtälöt ovat

$$\begin{aligned} y_t &= \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \dots + \theta_q u_{t-q} \\ u_t &= h_t^{1/2} \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{iid}(0, 1), \end{aligned}$$

jossa ARMA-yhtälön AR- ja MA-parametrien oletetaan toteuttavan stationaarisuuskäännettävyys- ja identifioituvuusehdot ja h_t noudattaa GARCH(r,s)-prosessia kuten monisteen yhtälössä (6.3).

2. Muunna OMX25-sarja ensin tuottosarjaksi kuten tehtävässä 4.1 ja estimoi tuottosarjalle GARCH-malli. Tutki myös estimoimasi mallin riittävyttä ja kokeile ARMA-GARCH-mallia, jos tämä laajennus tuntuu tarpeelliselta.

3. Muunna SP500-sarja ensin tuottosarjaksi kuten edellisessä tehtävässä ja estimoi tuottosarjalle GARCH-malli. Tutki myös estimoimasi mallin riittävyttä ja kokeile ARMA-GARCH-mallia, jos tämä laajennus tuntuu tarpeelliselta.

4. Muunna Euro-Dollari-sarja ensin tuottosarjaksi kuten edellisissä tehtävissä ja estimoi tuottosarjalle GARCH-malli. Tutki myös estimoimasi mallin riittävyttä ja kokeile ARMA-GARCH-mallia, jos tämä laajennus tuntuu tarpeelliselta.

Huom.: Ainakin yhdessä tehtävistä 2-4 ARMA-GARCH-laajennus tuntuu tarpeelliselta.