

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matematiikka tutuksi, Syksy 2014  
Harjoitus 3  
22.-26.9.2014

1. Olkoon  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 1$  ja  $g(x) = x^2$ .
  - a) Määritä funktion  $f$  käänteisfunktio  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , jos se on olemassa.
  - b) Määritä funktion  $g$  käänteisfunktio  $g^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , jos se on olemassa.
  - c) Määritä yhdistetyt funktiot  $f \circ g$  ja  $g \circ f$ . Onko  $f \circ g = g \circ f$ ?
2. Laske seuraavat logaritmit suoraan ilman laskinta:
  - a)  $\log_5 5^{13}$
  - b)  $\log_2 32$Mitkä ovat seuraavien lukujen 7-kantaiset logaritmit?
  - c) 7
  - d)  $7^5$
3. Kolmensadan yksilön bakteerikanta asetetaan laboratoriossa petrimaljaan, missä olosuhteet ovat sellaiset, että bakteerien määrä kaksinkertaistuu aina 11 tunnin välein. Kuinka kauan kestää, että bakteerikannan koko ylittää miljoonan?
4. Hiilen  $^{14}\text{C}$ -isotoopin puoliintumisaika on 5730 vuotta.
  - a) Kuinka paljon hiiltä  $^{14}\text{C}$  on jäljellä 986 vuoden kuluttua, jos sitä alun perin on 13g?
  - b) Kuinka kauan kestää, että 2 grammasta hiilen  $^{14}\text{C}$ -isotooppia on hajonnut 97%?
5. Ratkaise seuraavat yhtälöt kahden merkitsevän numeron tarkkuudella:
  - a)  $6^{2x+1} = \frac{2}{5}$
  - b)  $2^x = 0,92^{3x}$
  - c)  $e^{2x} = 5^{x+2}$
  - d)  $4^{x+1} = 3^{x+2}$
6. a) Osoita, että 1353 on jaollinen luvulla 11.
  - b) Osoita, että jos luku  $b$  on jaollinen luvulla  $a$  ja luku  $c$  on jaollinen luvulla  $b$ , niin tällöin  $c$  on jaollinen luvulla  $a$ .