

Matemaattinen logiikka

Harjoitus 3

1. Olkoon A propositiolause, jossa esiintyy vain propositiesymboleja p_0, \dots, p_n ja olkoot ϕ_0, \dots, ϕ_n L -kaavoja. Näytä, että jos ϕ on merkkijono, joka on saatu A :sta korvaamalla propositiesymbolit p_i L -kaavoilla ϕ_i , $i \leq n$, niin ϕ on L -kaava.
2. Olkoon A tautologia, jossa esiintyy vain propositiesymboleja p_0, \dots, p_n ja olkoot ϕ_0, \dots, ϕ_n L -kaavoja. Näytä, että jos ϕ on merkkijono, joka on saatu A :sta korvaamalla propositiesymbolit p_i L -kaavoilla ϕ_i , $i \leq n$, niin ϕ on validi.
3. Näytä, että $\forall v_0 \forall v_1 v_0 = v_1 \rightarrow (\exists v_0 R(v_0) \rightarrow \forall v_0 R(v_0))$ on validi
4. Olkoon L aakkosto, joka koostuu yhdestä 2-paikkaisesta funktiosymbolista f . Etsi L -kaava ϕ , jolla on seuraava ominaisuus: Kaikilla L -struktuureilla $M = (A, f)$ ja tulkintajonoilla s , $M \models_s \phi$ jos ja vain jos kaikilla $a \in A$, a :n alkukuva $f^{-1}(a)$ sisältää täsmälleen kaksi alkioa.
5. Onko kaava $\exists v_0 (R(v_0) \rightarrow \forall v_0 R(v_0))$ validi?
6. Olkoon $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ja $E = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 0)\}$ Laske struktuurin (A, E) automorfismien lukumäärä.