

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

10.12.2014

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Tarkista kaverin tehtävä

Tehtävä 6

- ▶ a-kohta
 - ▶ Tässä pitää olla vasta-esimerkki. Toisin sanoen tarvitaan jokin konkreettinen aliavaruuden W alkio, joka ei ole kohtisuorassa polynomia $x - 1$ vastaan.
- ▶ b-kohta
 - ▶ Symbolia a ei voi käyttää ilman, että määrittelee sen!
 - ▶ Vaihtoehto 1: Oletetaan, että $p \in W$ ja osoitetaan, että $\langle p, 3x - 2 \rangle = 0$.
 - ▶ Vaihtoehto 2: Todetaan, että kaikilla $a \in \mathbb{R}$ pätee $\langle ax + a, 3x - 2 \rangle = 0$.

Tehtävä 10

- ▶ Onko vastaus oikein?
- ▶ Onko projektion laskemisessa käytetty ortogonaalista kantaa?
- ▶ Onko ratkaisussa selitetty, että laskuihin on valittava ortogonaalinen kanta?

Vinkkejä opiskeluun

- ▶ Keskity olennaiseen. Tässä auttaa kurssin oppimistavoitetaulukko.
- ▶ Älä opettele asioita ulkoa, vaan pyri ymmärtämään ideat määritelmien ja tulosten takana.
- ▶ Muodosta itsellesi kokonaiskuva kurssista sekä käsitteiden välisistä yhteyksistä. (Apuna käsitekartat, tiivistelmät, jne.)
- ▶ Kertauksessa voi käyttää apuna joulukalenteria ja vanhoja koetehtäviä.
- ▶ Kokeeseen tulee samankaltaisia tehtäviä, kuin on käsitelty harjoituksissa ja luennoilla. Niitä kannattaa kerrata. Voit vaikka tehdä tehtäviä uudelleen.
- ▶ Tarkista tekemäsi harjoitustehtävät ratkaisuehdotusten ja tarkistusohjeiden avulla.

Etsi itsellesi pari

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi.

Ortogonaalisen kannan etsiminen

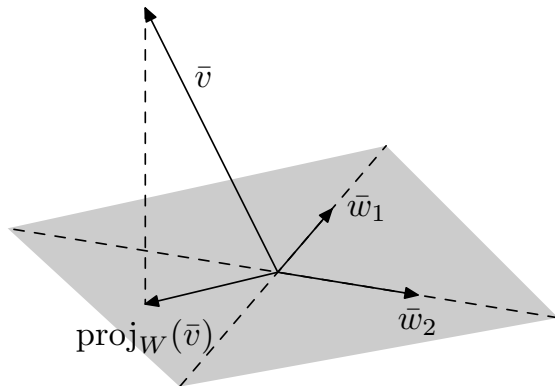
Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 0, 3, -2)$ ja $\bar{v}_2 = (4, 4, 1, -3)$. Miten ryhtyisit etsimään ortogonaalista kantaa aliavaruudelle

$$W = \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2)?$$

Merkitään vielä $\bar{v}_3 = (0, 0, 2, 0)$. Miten ryhtyisit etsimään ortogonaalista kantaa aliavaruudelle

$$U = \text{span}(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)?$$

Projektio



Kohtisuora projektio

Miksi projektio määritellään niin kuin määritellään? Ja miksi sen nimi on *kohtisuora* projektio?

Kohtisuora komplementti

Tarkastellaan sisätuloavaruuden V aliavaruutta W . Mitkä seuraavista väitteistä ovat totta?

- (a) $\dim(W) = \dim(W^\perp)$.
- (b) $W \cap W^\perp = \emptyset$.
- (c) Jokaista vektoria $\bar{v} \in V$ kohti on olemassa vektorit $\bar{w} \in W$ ja $\bar{w}^\perp \in W^\perp$, joilla $\bar{v} = \bar{w} + \bar{w}^\perp$.
- (d) Aliavaruudet $\text{span}((1, 1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1, 1))$ ja $\text{span}((1, -1, 0, 0, 0), (2, -2, 3, 4, -4))$ ovat toistensa ortogonaalisia komplementteja.
- (e) $(W^\perp)^\perp = W$.

Aliavaruudet

Aliavaruuden ortogonaalinen komplementti on aliavaruus. Mitä muita aliavaruuksia olet kohdannut tämän kurssin aikana?