Lineaarialgebra ja matriisilaskenta II

12.11.2014

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Kurssimonisteita (osa 1 ja 2) on vielä jäljellä. Voit tulla ostamaan sellaisen luennon jälkeen.

Kurssipalautteen antia

- Ruuhka-aikoina ei ole riittävästi ohjaajia. -> Mihin aikoihin ohjaajia tarvittaisiin lisää? Kerro Presemossa tai suullisesti.
- Olisi hyvä, että ohjaus jatkuisi myöhempään. -> Valitettavasti sitä on vaikea järjestää ohjaajien aikataulujen vuoksi. JYMiin lisättiin kesvikiikolle ohjausta kello seitsemään asti.
- Voisiko myös aamulle saada ohjausaikoja? -> Aamulla on tarjolla Ratkomo-ohjausta. Kerro, jos haluaisit lisää aamuaikoja Ratkomoon.

presemo.helsinki.fi/joh

Etsi itsellesi pari

Siirry istumaan toisen ihmisen viereen. Kaikilla pitää olla pari, jonka kanssa työskennellä.

Jos et tunne pariasi, esittele itsesi.

Ryhdytään ratkaisemaan yhtälöä $\sqrt{x+2} = -x$.

$$\begin{aligned}
& \sqrt{x+2} = -x \\
\Rightarrow\quad & (\sqrt{x+2})^2 = (-x)^2 \\
\Rightarrow\quad & x+2 = x^2 \\
\Rightarrow\quad & -x^2 + x + 2 = 0 \\
\Rightarrow\quad & x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4(-1)\cdot 2}}{-2} \\
\Rightarrow\quad & x = \frac{-1 \pm 3}{-2} \\
\Rightarrow\quad & x = -1 \text{ tai } x = 2.
\end{aligned}$$

Jos yhtälöllän on ratkaisu, se on $x = -1$ tai $x = 2$.

Molemmat seuraavista väitteistä pätevät

(a) Jos

$$\begin{cases} 2v_1 + v_2 &= 1 \\ v_1 + v_2 &= 2 \\ v_2 - v_3 &= 4 \\ 2v_1 &= 1, \end{cases}$$

niin $v_1 = 1/2$, $v_2 = 0$ ja $v_3 = -4$.

(b) Jos

$$\begin{cases} 2v_1 + v_2 &= 1 \\ v_1 + v_2 &= 2 \\ v_2 - v_3 &= 4 \\ 2v_1 &= 1, \end{cases}$$

niin $v_1 = 2$, $v_2 = 0$ ja $v_3 = -4$.

Mutta kumpikaan ei ole yhtälöryhmän ratkaisu. Ratkaisuja ei ole lainkaan.

Lineaarikuvaus

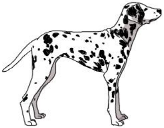
Määritelmä

Olkoot V ja U vektoriavaruuksia. Kuvaus $L\colon V \to U$ on lineaarikuvaus, jos seuraavat ehdot pätevät:

(a) $L(\bar{v} + \bar{w}) = L(\bar{v}) + L(\bar{w})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$

(b) $L(c\bar{v}) = cL(\bar{v})$ kaikilla $c \in \mathbb{R}$ ja $\bar{v} \in V$.

Lineaarikuvaus



Kuvaile omin sanoin, mitä lineaarikuvauksen ehdot sanovat. Mitä järkeä lineaarikuvauksissa on? Miksi ne ovat kiinnostavia?

Mitkä väitteistä ovat tosia?

Oletetaan, että V on vektoriavaruus, jonka dimensio on 4.

(a) Vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ voivat virittää avaruuden V.

(b) Avaruuden V vektoreista muodostuva jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4, \bar{v}_5)$ voi olla vapaa.

(c) Jos vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$, $\bar{v}_3$ ja $\bar{v}_4$ virittävät avaruuden V, jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4)$ on vapaa.

(d) Jos W on vektoriavaruuden V aliavaruus, W:n mikä tahansa kanta voidaan laajentaa V:n kannaksi.

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.