

Joulukalenteri 2014

- 1.12. Polynomiavaruus \mathcal{P}_2 koostuu nollapolynomista sekä sellaisista polynomeista, joiden aste on korkeintaan kaksi. Mikä on tämän avaruuden dimensio?
- 2.12. Lineaarikuvaus $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ peilaa tason vektorit suoran S suhteen. Kuvauksella on kaksi ominaisarvoa. Toinen niistä on 1. Mikä on toinen ominaisarvo?
- 3.12. Mikä luvun $k \in \mathbb{R}$ pitää olla, jotta joukko $\{(a+b, b, k-4) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ olisi avaruuden \mathbb{R}^3 aliavaruus?
- 4.12. Lineaarikuvauksen L matriisi on kääntyvä. Mikä seuraavista ei ole välttämättä totta? a) L on kääntyvä. b) L on surjektio c) L on projektio d) L on isomorfismi. (Vastaukseksi annetaan oikean vaihtoehdon kirjain isolla kirjoitettuna.)
- 5.12. Kun projisoidaan vektori aliavaruudelle, tarvitaan virittäjävektorit, jotka ovat a) yhdensuuntaisia b) yksikäsitteisiä c) kohtisuorassa toisiaan vastaan. (Vastaukseksi annetaan oikean vaihtoehdon kirjain isolla kirjoitettuna.)
- 6.12. Mikä on injektiivisen lineaarikuvauksen ytimen dimensio?
- 7.12. Kuinka monta aliavaruutta vektoriavaruudella \mathbb{R}^3 on, jos keskenään isomorfiset aliavaruudet tulkitaan samoiksi?
- 8.12. Kuinka monta surjektiivista lineaarikuvausta on olemassa avaruudelta \mathbb{R}^2 avaruudelle \mathbb{R}^3 ?
- 9.12. Mikä on avaruuksien \mathbb{R}^2 ja \mathbb{R}^3 suhde? a) Avaruus \mathbb{R}^2 on avaruuden \mathbb{R}^3 osajoukko, mutta ei aliavaruus. b) Avaruus \mathbb{R}^2 on avaruuden \mathbb{R}^3 aliavaruus, mutta ei osajoukko. c) Avaruus \mathbb{R}^2 on avaruuden \mathbb{R}^3 osajoukko ja aliavaruus. d) Avaruus \mathbb{R}^2 on isomorfinen äärettömän monen avaruuden \mathbb{R}^3 aliavaruuden kanssa. (Vastaukseksi annetaan oikean vaihtoehdon kirjain isolla kirjoitettuna.)
- 10.12. Merkitään

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ja tarkastellaan matriisin B määräämää lineaarikuvausta L_B . Mikä on kuvan $\text{Im } L_B$ dimensio?

11.12. Avaruudessa \mathbb{R}^2 voi määritellä sisätulon kaavalla

$$\langle (x_1, x_2), (y_1, y_2) \rangle = 4x_1y_1 + 2x_2y_2.$$

Mikä on vektorin $(0, 1/\sqrt{2})$ normi, kun käytössä on edellä mainittu sisätulo?

12.12. Mene osoitteeseen www.geogebraTube.org/student/m385407 ja seuraa ohjeita. Tarkasteltavalla lineaarikuvauksella on ominaisarvo 3. Minäkä väriset vektorit ovat tätä ominaisarvoa vastaavia ominaisvektoreita? (Vastausvaihtoehdot: siniset, vihreät, punaiset.)

Joulukalenteri päätty tähän. Mukavaa joulunodotusta!