

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

14.10.2014

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- ▶ Jos et pääse kurssikokeeseen esim. toisen tentin vuoksi, voit päästä korvaavaan kokeeseen.
- ▶ Lukihäiriön tai vastaavan vuoksi on mahdollista saada lisäaikaa kokeeseen.
- ▶ Näissä tapauksissa ota yhteyttä mahdollisimman pian!

Kurssikoe

- ▶ Kurssikoe järjestetään ke 22.10. klo 12.00–15.00. Koe alkaa tasalta!
- ▶ Koesaleina ovat Exactumin auditoriot. Oma salisi selviää tämän luentosalin ovesta koepäivänä.
- ▶ Kokeessa ei saa käyttää laskinta eikä taulukkokirjaa.
- ▶ Lue lisää kokeeseen liittyviä käytännön asioita kurssisivulta.

Sosiaaliset taidot

Niitä voi ja pitää **harjoitella!**

Siirry istumaan jonkun viereen. Jos et tunne vieruskaveriasi, esittäydy hänelle.

Keskustelunaihe: Miten aiot valmistautua kokeeseen?

- ▶ Voit käyttää opiskelussa apuna kertaustehtäviä.
- ▶ Kannattaa kerrata myös varsinaiset tehtävät ja luennoilla käsitellyt kysymykset. Niistä näkee, mitkä asiat kurssilla ovat keskeisiä.

Miten korjaisit ratkaisua?

Tehtävä: Oletetaan, että matriisilla A on ominaisarvo λ . Osoita, että jos \bar{v} on ominaisarvoa λ vastaava ominaisvektori, niin myös $2\bar{v}$ on ominaisarvoa λ vastaava ominaisvektori.

Ratkaisu:

$$A\bar{v} = \lambda\bar{v}$$

$$A(2\bar{v}) = 2(A\bar{v}) = 2(\lambda\bar{v}) = \lambda(2\bar{v})$$

Mitkä väitteistä ovat tosia?

Oletetaan, että A on neliömatriisi, jolla on ominaisarvo λ ja sitä vastaava ominaisvektori \bar{v} .

- (a) Kaikki ominaisarvoa λ vastaavat ominaisvektorit ovat \bar{v} :n skalaarimonikertoja.
- (b) Myös nollavektori on A :n ominaisvektori.
- (c) On mahdollista, että A :lla on ominaisarvon λ lisäksi äärettömän monta muutakin ominaisarvoa.

Mene osoitteeseen presemo.helsinki.fi/joh ja äänestä.

Eräs kovakuoriaislaji

Yksilöt elävät kolme vuotta. Naaraskuoriaiset voidaan jakaa kolmeen luokkaan:

- ▶ Varhaisvaihe: 0–1 vuotiaita
- ▶ Nuoret: 1–2 vuotiaita
- ▶ Aikuiset: 2–3 vuotiaita

Lisääntyminen ja kuolema

Lisääntyminen

- ▶ Varhaisvaihe: eivät muni
- ▶ Nuoret: tuottavat keskimäärin 4 naarasta
- ▶ Aikuiset: tuottavat keskimäärin 3 naarasta

Selviytyminen seuraavalle vuodelle

- ▶ Varhaisvaihe → nuoret: 50%
- ▶ Nuoret → aikuiset: 25%
- ▶ Aikuiset kuolevat

Eräänä vuonna populaatiossa 100 oli naaraskuoriaista:
40 varhaisvaiheessa, 40 nuorta ja 20 aikuista.

Seuraavana vuonna

- ▶ varhaisvaiheessa: $40 \cdot 4 + 20 \cdot 3 = 220$
- ▶ nuoria: $40 \cdot 0,5 = 20$
- ▶ aikuisia: $40 \cdot 0,25 = 10$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 40 \\ 40 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Matriisilla

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{bmatrix}$$

on ominaisvektori (18, 6, 1), jota vastaa ominaisarvo 1,5. Mitä se kertoo populaatiosta?

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 18 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = 1,5 \begin{bmatrix} 18 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Kun kuoriaisten suhde on 18 : 6 : 1, niin on saavutettu vakaa tila. Silloin kasvunopeus on joka vuosi sama, ja se on 1,5.

Mikä ei kuulu joukkoon?

Oletetaan, että \bar{v} ja \bar{w} ovat vektoreita. Mikä seuraavista ei kuulu joukkoon?

(a) \bar{v}/\bar{w}

(b) $(\bar{w} \cdot \bar{w})/(\bar{v} \cdot \bar{v})$

(c) $\bar{v} \cdot 3$

(d) $(\bar{v} \cdot \bar{w})/\bar{w}$

(e) \bar{v}^2

Mene osoitteeseen presemo.helsinki.fi/joh ja äänestä.

Projektio avaruudessa \mathbb{R}^3

Miten ryhtyisit määrittämään projektiota $\text{proj}_{\vec{w}}(\vec{v})$?