

# Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

9.9.2014

Helsingin yliopisto, matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

# Kurssimateriaali

- ▶ Kurssimateriaali on saapunut. Varaa maksuun tasaraha (5 euroa).
- ▶ Jos tilasit materiaalin myöhässä, saattaa sinulla vielä olla mahdollisuus saamiseen.

## Tehtävät on tarkistettu

- ▶ Tarkistetut paperit löytyvät luokan C323 edestä. Ne ovat laatikoissa kurssitunnuksen mukaan.
- ▶ Vain yksi tähtitehtävä ehdittiin tarkistaa.

- ▶ Matlab-tehtäviin saa ohjausta tietokoneluokassa C128. Ensimmäinen ohjaus on tämän luennon jälkeen.
- ▶ Voit myös käyttää ilmaista GNU Octavea, joka on melko hyvin yhteensopiva Matlabin kanssa.
- ▶ Matlab-tehtäviä ei tarvitse palauttaa.

# Kurssilla tehtävä tutkimus

- ▶ Kaikilta kerätään suostumus kurssin lopussa.
- ▶ Jos et anna suostumusta, käytetään kerättyjä tietoja vain opetuksen kehittämiseen.

Siirry istumaan jonkun viereen. Kaikilla on oltava pari. Jos et tunne vieruskaveriasi, esittäydy hänelle.

# Suorat

Mitkä seuraavista suorista ovat samoja?

$$S_1 = \{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$S_2 = \{\bar{p} - 3t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$S_3 = \{(\bar{p} - 3\bar{v}) + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$

- (a)  $S_1$  ja  $S_2$
- (b)  $S_1$  ja  $S_3$
- (c)  $S_2$  ja  $S_3$
- (d) Kaikki ovat samoja.
- (e) Mitkään eivät ole samoja.

Mene osoitteeseen [presemo.helsinki.fi/joh](https://presemo.helsinki.fi/joh) ja äänestä.

## Samalla suoralla voi olla monta eri kirjoitusasua

### Lause

Olkoon  $S = \{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$  avaruuden  $\mathbb{R}^n$  suora. Oletetaan, että  $\bar{q} \in S$  ja  $\bar{w}$  on yhdensuuntainen vektorin  $\bar{v}$  kanssa. Tällöin  $S = \{\bar{q} + t\bar{w} \mid t \in \mathbb{R}\}$



## Määritelmä

Avaruuden  $\mathbb{R}^n$  *suora* on joukko

$$\{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\},$$

missä  $\bar{p} \in \mathbb{R}^n$  ja  $\bar{v} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\bar{0}\}$ .

# Suorat

Mitkä seuraavista suorista ovat yhdensuuntaisia?

$$S_1 = \{(7, 5) + t(-3, 2) \mid t \in \mathbb{R}\} \quad S_2 = \{(5, 7) + t(2, -3) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

$$S_3 = \{(2, 1) + t(6, -4) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

- (a)  $S_1$  ja  $S_2$
- (b)  $S_1$  ja  $S_3$
- (c)  $S_2$  ja  $S_3$
- (d) Kaikki ovat yhdensuuntaisia.
- (e) Mitkään eivät ole yhdensuuntaisia.

Mene osoitteeseen [premo.helsinki.fi/joh](https://premo.helsinki.fi/joh) ja äänestä.

# Taso

Oletetaan, että on annettu kolmiulotteisessa avaruudessa kaksi eri tasoa. Miten nämä tasot voivat sijaita toisiaan nähden?

- (a) Leikata täsmälleen yhdessä pisteessä.
- (b) Leikata täsmälleen äärellisen monessa pisteessä.
- (c) Leikata suoralla.
- (d) Leikata tasossa.
- (e) Olla leikkaamatta toisiaan.

Mene osoitteeseen [premo.helsinki.fi/joh](https://premo.helsinki.fi/joh) ja äänestä.

## Määritelmä

Avaruuden  $\mathbb{R}^n$  taso on joukko

$$\{\bar{p} + s\bar{v} + t\bar{w} \mid s, t \in \mathbb{R}\},$$

missä  $\bar{p} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\bar{v}, \bar{w} \in \mathbb{R}^n \setminus \{\bar{0}\}$  ja vektorit  $\bar{v}$  ja  $\bar{w}$  eivät ole yhdensuuntaiset.

## Onko määritelmä oikein?

Vektori  $\bar{w}$  on vektoreiden  $\bar{v}_1$  ja  $\bar{v}_2$  lineaarikombinaatio, jos

$$\bar{w} = a_1 \bar{v}_1 + a_2 \bar{v}_2.$$

Mene osoitteeseen [presemo.helsinki.fi/joh](https://presemo.helsinki.fi/joh) ja äänestä.

# Lineaarikombinaatio

Piirrä kuva lineaarikombinaatiosta  $4\bar{v} - 2\bar{w}$ . Miten kuvassa näkyvät luvut 4 ja  $-2$ ?

Miten matematiikkaa luetaan?