Tehtäviä 7, 25.9.2014 henrik.kettunen@helsinki.fi

1. `for`-silmukka + `plot` = animaatio

   - Positiivisen x-akselin suuntaan etenevä siniaalto voidaan kirjoittaa muodossa

     $$f(x,t) = \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right],$$

     missä λ on signaalin aallonpituus ja T jaksonaika ($1/T$ on signaalin taajuus).

   - Tallenna seuraava skripti nimellä '*sinianimaatio.m*' ja aja se.

```
% Annetaan (normalisoidut) arvot aallonpituudelle ja jaksonajalle
lambda = 1;
T = 1;

% Signaali piirretään paikan x funktiona eri ajanhetkillä
% Valitaan laskentapisteet x aallonpituuden lambda avulla esim.
x = linspace(-2*lambda,2*lambda,300);

% Sitten valitaan ajanhetket suhteessa jaksonaikaan T
t = linspace(0,3*T,100);

% Kirjoitetaan for-silmukka, jossa käydän aikavektorin t alkiot läpi yksi
% kerrallaan, ja joka kierroksella päivitetään siginaalin f arvo. Niin
% ikään joka kierroksella piirretään uusi kuva, jolloin saadaan aikaiseksi
% animaatio signaalin etenemisestä.
for n = 1:length(t)
    f = sin(2*pi*(t(n)/T-x/lambda));
    % axis-komento kiinnittää kuvan akselit paikoilleen
    figure(1); plot(x,f,'linewidth',2); grid; axis([x(1) x(end) -1 1]);
    pause(0.1) % Pieni tauko, ettei animaatio juokse liian nopeasti
end
```

2. Visualisoidaan sitten tapaus, jossa edellisen tehtävän sinisignaaliin

   $$f_1 = \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

   summautuu kaksinkertaisella taajuudella värähtelevä, negatiiviseen x-suuntaan etenevä kosini

   $$f_2 = \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T/2} + \frac{x}{\lambda/2}\right)\right] = \cos\left[4\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

   Esitä nyt *subplot*-komennon avulla samassa kuvassa allekkain animaatiot signaalista f_1, signaalista f_2 sekä näiden summasta $f_1 + f_2$.

3. Yhden muuttujan funktion Taylor-sarja on muotoa

   $$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}}{n!}(x - x_0)^n.$$

Funktiolle $f(x) = \sin(x)$ pisteessä $x_0 = 0$ saadaan kehitelmä

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}.$$

Kirjoita Matlab-funktio '*Taylor_ sin.m*', joka approksimoi funktiota $\sin(x)$ osasummana

$$\sin(x) \approx \sum_{n=1}^{N} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!},$$

jossa N on käyttäjän antama parametri. Funktion kutsu on siis muotoa

```
f = Taylor_sin(N)
```

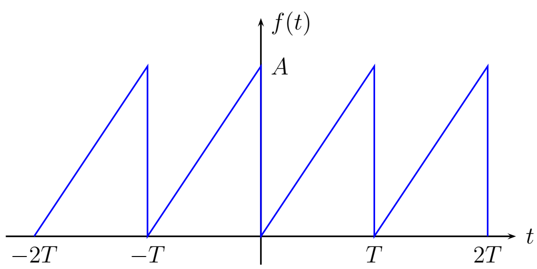
Funktion tulee *for*-silmukan avulla laskea sarjakehitelmän summa termiin N asti ja piirtää samaan kuvaan kuvaajat saadusta approksimaatiosta sekä todellisesta sinifunktiosta välillä $-6\pi \leq x \leq 6\pi$.

4. Jaksollinen saha-aaltosigaali (eng. *sawtooth*) voidaan esittää Fourier-sarjana

$$f(t) = \frac{A}{2} - \frac{A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\omega t)}{n},$$

missä $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Kirjoita funktio `f = sawtooth(A,T,N)`, joka approksimoi saha-aaltoa (amplitudi A, jaksonaika T) laskemalla Fourier-sarjan osasumman termiin N asti. Funktio piirtää myös päällekkäin kuvat alkuperäisestä signaalista sekä Fourier-approksimaatiosta.
Alkuperäisen signaalin saat piirrettyä esim.

```
% Alkuperäinen saha-aalto (paloittain määritelty)
tsaha = [-2*T -T -T 0 0 T T 2*T 2*T];
fsaha = [0 A 0 A 0 A 0 A 0];
```

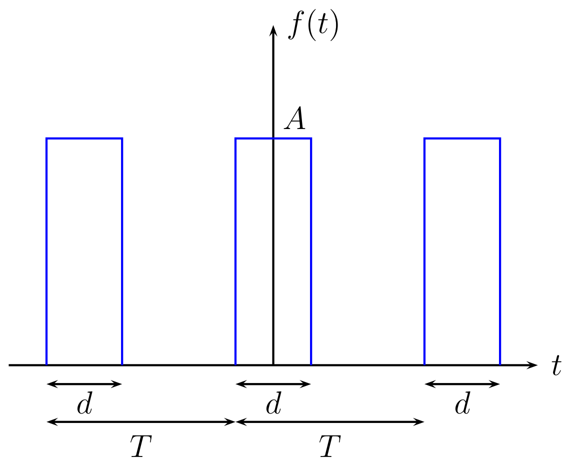


5. Jasolliselle pulssifunktiolle (Pulssin amplitudi A, pulssin pituus d, pulssien välinen aika T) voidaan johtaa Fourier-sarjaesitys

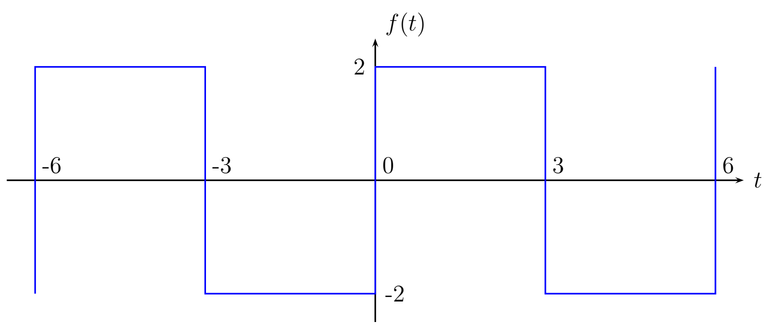
$$f(t) = \frac{Ad}{T} + \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{n\pi d}{T}\right)}{n} \cos(n\omega t),$$

missä $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Kirjoita Matlab-funktio `f = pulses(A,d,T,N)`, joka approksimoi jaksollista pulssijonoa Fourier-sarjan osasummana termiin N asti. Kirjoita funktio piirtämään kuva signaalista jokaisen uuden termin summauksen jälkeen, ts. tuottamaan animaatio sarjakehitelmän suppenemisesta kohti alkuperäistä signaalia. Alkuperäisen pulssijonon saat piirrettyä esim.

```
tpulse = [-2*T -2*T+d/2 -2*T+d/2 -T-d/2 -T-d/2 -T+d/2 -T+d/2 -d/2 -d/2 d/2 d/2 T-d/2 T-d/2 T+d/2 T+d/2 2*T-d/2 2*T-d/2 2*T];
fpulse = [A A 0 0 A A 0 0 A A 0 0 A A 0 0 A A];
```



6. Kirjoita Matlab-ohjelma, joka approksimoi oheista kanttiaaltoa sen Fourier-sarjan avulla.



7. Lisätehtävä: toista tehtävä 3 funktiolle $f(x) = \cos(x)$.