

HU / Institutionen för matematik och statistik
Inledning till universitetsmatematik, hösten 2014
Övning 1

Lösningarna skall returneras senast ons 10.9.2014 kl 19.30
Korrigeringarna skall returneras senast ons 24.9.2014 kl 19.30

Uppgiftsserie I

1. Gå och bekanta dig med handledningen i Exactums 3. våning och ta reda på var man hittar pärmsblad och vart uppgifterna returneras. Om du vill så kan du bekanta dig med handledarna och stanna för att göra uppgifter.
2. Vilka av följande mängder är identiska?

$$\begin{aligned} A &= \{\{4\}, \{7\}\} & B &= \{2^3 - 1, 9 - 5, 1 + 6, 2 \cdot 2\} & C &= \{4, 7\} \\ D &= \{7, 4\} & E &= \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 10 = 7x - 18\} & F &= \{\{4, 7\}\} \end{aligned}$$

3. Hur många element har följande mängder?

$$(a) \{10^2, 10^3, 5 \cdot 20, 2 \cdot 50, 10 \cdot 10\} \quad (b) \{1, \{1, \{2\}, 3\}, \{2\}, \{3, \{4\}\}, \{3, 4\}\}$$

Uppgiftsserie II

I följande uppgifter övar vi på att beteckna mängder på olika sätt.

4. Skriv följande mängder genom att räkna upp deras element. Är någon av mängderna tom \emptyset ?

$$(a) \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 2 < 15\} \quad (b) \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9\}$$

5. Skriv följande mängder i formen $\{x \in X \mid \text{villkor som } x \text{ satisfierar}\}$. Sätt istället för X symbolen för en lämplig talmängd.

$$(a) \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad (b) \{0, 4, 8, 12, 16, \dots\}$$

6. Skriv följande mängder i formen $\{x \in X \mid \text{villkor som } x \text{ satisfierar}\}$. Sätt istället för X symbolen för en lämplig talmängd.

- (a) Naturliga talen, vars kvadratroter är större än 4.
- (b) De reella lösningarna till ekvationen $\sin^2(5x) + \cos^3(6x^2 - 3x) = 0$.

- ★ 7. Skriv följande mängder genom att räkna upp deras element. Är någon av mängderna den tomma mängden \emptyset ?

$$(a) \{n \in \mathbb{N} \mid n < 99 \text{ ja } n = k^3 \text{ för något } k \in \mathbb{Z}\} \quad (b) \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 16\}$$

- ★ 8. Skriv följande mängder i formen $\{x \in X \mid \text{villkor som } x \text{ satisfierar}\}$. Sätt istället för X symbolen för en lämplig talmängd.

- (a) Reella talen, vars tionde potens är högst 1000 000.
- (b) Rationella talen, som är heltalspotenser av talet 5.

Uppgiftsserie III

9. Är mängden \emptyset , d.v.s. $\{ \}$ ett element i följande mängder? Räkna upp de mängder som innehåller tomma mängden som element.

$$A = \{2, 5\} \quad B = \{z \in \mathbb{Z} : |z| < \sqrt{5}\} \quad C = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \quad D = \{\{\emptyset\}, \{1, 2\}\}$$

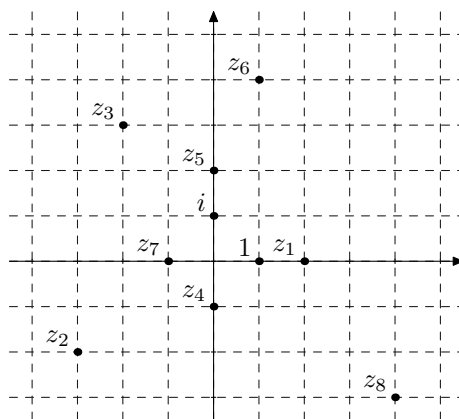
10. Vi betraktar mängden $A = \{1, \{1, 2, 3\}, \{2\}, \{3, \{4\}\}, \{3, 4\}\}$. Vilka av följande påståenden är sanna? Vilka är falska? Kom ihåg att motivera!

- (a) $3 \in A$ (b) $\{2\} \in A$ (c) $\emptyset \in A$ (d) $\{1, \{2\}\} \subset A$
(e) $1 \in A$ (f) $\{4\} \in A$ (g) $\emptyset \subset A$ (h) $\{3, \{4\}\} \subset A$.

Komplexa tal

11. Den underliggande bilden föreställer det komplexa planet. Kvadraternas sidolängd är 1.

- (a) Skriv de utmärkta komplexa talen i formen $a + bi$, där a och b är reella tal.
- (b) Räkna modulen av dessa komplexa tal. Modulen av ett komplext tal $z = a + bi$ är $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- (c) Vilka tals modul ser du direkt från bilden?



12. Räkna (d.v.s. skriv i formen $a + bi$, där $a, b \in \mathbb{R}$).

(a) $(-3 + 2i)(-6 - 8i)$ (b) $10i^3 - 4i(-2 + 8i)$ (c) $(1 - 7i)^2 + 2i(15 - 8i)$.

- ★ 13. Låt $z = -3i(2 - 4i) - (4i - 1)^2$. Bestäm

- (a) realdelen $\operatorname{Re} z$. (b) imaginärdelen $\operatorname{Im} z$.
(c) modulen $|z|$. (d) konjugattalet \bar{z} .

Matematik för datavetenskap och statistik

14. I denna uppgift betyder p "det görs ett viruskontroll av meddelandet" och q betyder "meddelandet är skickat från ett obekant system". Skriv följande påståenden med logiska symboler.

- (a) Det gör ett viruskontroll av meddelandet om det skickas från ett obekant system.
(b) Det gör ett viruskontroll av meddelandet eller det skickas inte från ett obekant system.
(c) Meddelandet skickas från ett obekant system men det görs inte ett viruskontroll av meddelandet.
(d) Det görs ett viruskontroll av meddelandet om och endast om det skickas från ett obekant system.

15. Vilka av följande påståenden är sanna? Vilka är falska? Motivera.

- (a) $1 + 1 = 2$ om och endast om $2 + 3 = 4$. (b) om $1 + 1 = 3$, så $2 + 2 = 4$.
(c) $0 > 1$ om och endast om $5 > 9$. (d) om $1 + 1 = 3$, så $5 > 9$.

★ 16. I denna uppgift betyder p "jag tänker" och q betyder "jag existerar".

Uttryck följande satslogiska formler på svenska och gör en sanningsvärdetabell för varje formel.

- (a) $p \rightarrow q$ (b) $\neg q \rightarrow \neg p$ (c) $p \wedge \neg q$ (d) $\neg p \rightarrow \neg q$.

Är någon av ovannämnda satslogiska formler logiskt ekvivalent med negationen av formeln $p \rightarrow q$? Med andra ord, har någon av formlerna en likadan sanningsvärde-tabell som formeln $\neg(p \rightarrow q)$?