Homotopia ja vektorikimput
Harjoitus 9 (13.11.2014)

1. Osoita, että $T_x S^n = \{ v \in \mathbb{R}^{n+1} \mid v \perp x \}$.
(Vihje: eräässä tekstissä mainittiin, että jos $x \in S^n$, $v \perp x$, niin käyrä, jolle $p(0) = x$, $p'(0) = v$, saadaan esim. kaavalla $p(t) = x \cos t + v \sin t$. Tämä ei aivan toimi (miksi?), mutta pienellä korjauksella sen saa toimimaan.)

2. (Luennot, s. 48)
a) Osoita yhtälö (*) : $g_{kj} \cdot g_{ji} = g_{ki}$.
b) Osoita, että Lauseen 3.16 todistuksen relaatio $\sim$ on ekvivalenssirelaatio.

3. Tarkastellaan ympyrää S^1 ja Möbiuksen nauhaa, joka voidaan ajatella 1-ulotteiseksi vektorikimpuksi S^1:n päällä, säikeet $F \approx \mathbb{R}$.
Konstruoi S^1:n avoin peite ja jatkuvat kuvaukset g_{ji} s.e. Lauseen 3.16 konstruktio antaa yllä mainitun Möbiuksen nauhan.

4. Osoita, että vektorikimpun projektio on aina avoin kuvaus.

5. Osoita, että Määritelmässä 4.3 kuvaus $\hat{f}$ määrittelee homeomorfismin $\pi_1^{-1}(b) \approx \pi^{-1}(f(b))$.

6. (Luennot, s. 50)
Osoita, että (U_1, h_1) on $f^*\xi$:n kartta.