Homotopia ja vektorikimput
Harj. 7 (30.10.2014)

1. Todista Lemma 2.16.

2. (Luennot, s. 38)
Osoita, että differentiaalin määritelmä
$$Tf_x(v) = \frac{d(f\circ p)}{dt}(0)$$
on riippumaton polun p valinnasta.

3. (Luennot, s. 38)
Osoita kaava
$$Tf_x\left(\sum c_i \frac{\partial h}{\partial u_i}(0)\right) = \sum c_i \frac{\partial (f\circ h)}{\partial u_i}(0).$$

4. Kaikkien $(n\times n)$-matriisien joukolle $M(n,\mathbb{R})$ määritellään topologia bijektion $M(n,\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^{n^2}$
$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \longmapsto (a_{11}, \ldots a_{1n}, a_{21}, \ldots, a_{2n}, \ldots, a_{n1}, \ldots, a_{nn})$$
avulla.
Kääntyvien $(n\times n)$-matriisien joukolle $Gl(n,\mathbb{R})$ annetaan relatiivitopologia.
Osoita, että $Gl(n,\mathbb{R})$ on sileä monisto.
(Vihje: matriisi A on kääntyvä $\Leftrightarrow$ $\det(A) \neq 0$.)

5. <u>Topologinen ryhmä</u> on ryhmä G, joka on myös topologinen T_1-avaruus s.e. laskutoimitus
$$\mu: G\times G \to G$$
$$(g,g') \mapsto gg'$$
ja kuvaus
$$i: G \to G$$
$$g \mapsto g^{-1}$$
ovat jatkuvia.
Osoita, että $(Gl(n,\mathbb{R}), \cdot)$ on topologinen ryhmä.

6. (Luennot, s. 41; Esim. 3.3 d))
a) Osoita, että kuvaus $h: U\times\mathbb{R} \to \pi^{-1}U$ on homeomorfismi ja lineaarinen säikeillä.
b) Miksi kaava $([x], t) \mapsto ([x], tx)$ ei määrittele funktiota $U\times\mathbb{R} \to \pi^{-1}U$, jos U olisi koko $\mathbb{R}P^n$?

7. Täytä kurssipalautelomake laitoksen nettisivuilla ke 29.10. mennessä.