Homotopia ja vektorikimput

Harjoitus 1 (11.9.2014)

Harjoituksista saa lisäpisteitä tenttiä varten seuraavasti:
30% $\to$ 1 lisäpiste, ..., 80% $\to$ 6 lisäpistettä.

1. Oletetaan, että X ja Y ovat topologisia avaruuksia ja $f\colon X \to Y$ on funktio.

a) Oletetaan, että $\{A_i\}_{i\in I}$ on X:n avoin peite ja $f|A_i\colon A_i \to Y$ on jatkuva jokaisella $i \in I$. Osoita, että f on jatkuva.

b) Oletetaan, että $\{A_1, ..., A_n\}$ on X:n äärellinen suljettu peite ja $f|A_i\colon A_i \to Y$ on jatkuva jokaisella $i \in \{1, ..., n\}$. Osoita, että f on jatkuva.

2. a) Osoita esimerkillä, että äärellisyysoletus tehtävässä 1 b) on oleellinen.
b) Osoita, että kirjan Lauseen 21.3 (3)-kohdan funktio h on jatkuva.

3. Väisälä, s. 73, tehtävä 9:6

4. Väisälä, s. 154, tehtävä 21:9

5. Väisälä, s. 154, tehtävä 21:11

6. Seuraavassa tärkeä yhteys homotopian ja kuvausten jatkamisen välillä:
Olkoon Y topologinen avaruus ja $f\colon S^n \to Y$ jatkuva funktio, $n \in \{1, 2, ...\}$. Osoita, että seuraavat ehdot ovat yhtäpitäviä:

1) f on nollahomotooppinen

2) f:llä on jatkuva jatke $g\colon \bar{B}^{n+1} \to Y$.