

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 9, 19.11.2014

1. Jatkuvamaksuisessa elämänvaravakuutuksessa (mahdollinen) korvaus vakuutuskauden lopussa on 100 euroa. Olkoot korkoutuvuus $\delta = 0.04$ ja kuolevuus $\mu = 0.01$ vakioita sekä vakuutuskauden pituus $2n = 20$. Vakuutusmaksua maksetaan koko kauden ajan vakiointensiteetillä \bar{B} . Vakuutuksen hoitamisesta aiheutuu liikekuluja intensiteetillä $0.2\bar{B}$ koko kauden ajan ja vakuutuksen perustamiskustannukset ovat 10 euroa.

a) Määrää intensiteetti \bar{B} .

b) Hetkellä n yhtiö muuttaa korkoutuvuuden 3 prosentiksi. Montako prosenttia prospektiivinen vastuuelka tällöin nousee. Tehtävässä oletetaan, että kuolevuus ja liikekulut säilyvät entisellä tasollaan ja että sopimuksen vakuutusmaksua ei voida muuttaa.

2. Yleiseen vakuutus sopimukseen sisältyy erinäisiä vakuutetun elinaikaan sidottuja korvauksia vakuutuskaudella $[0, n]$ (määräaikaista eläkettä, elämänvarakorvauksia, kuolintapauskorvaus). Vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko kauden ajan ekvivalenssiperiaatteen mukaisella intensiteetillä. Vakuutusmaksun perimisestä syntyy vakuutusyhtiölle liikekuluja intensiteetillä $\kappa\bar{B}$ hetkellä $t \in (0, n)$, missä $\kappa \geq 0$ on vakio ja \bar{B} vakuutuksen jatkuva bruttomaksu. Osoita, että bruttovastuuelka hetkellä $t \in (0, n)$ on sama kuin nettovastuuelka (vastaten tilannetta, jossa $\kappa = 0$).

3. Elämänvaravakuutuksesta korvataan hetkellä n summa S , jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ positiivisia vakioita. Vakuutus alkaa hetkellä $t = 0$. Yhtiö sisällyttää vakuutusmaksuun kuormituserän sijoitustoiminnan hoitamisesta aiheutuvia kuluja varten. Näitä oletetaan syntyvän intensiteetillä $\gamma V(t)$ hetkellä $t \geq 0$, missä $\gamma \in (0, \mu + \delta)$ on vakio ja $V(t)$ on vastuuelka hetkellä t . Vakuutus maksetaan n tasaeränä vuosittain etukäteen. Määrää vakuutuksen bruttovuosimaksu.

4. Kuolemanvaravakuutuksessa korvataan kuolinvuoden lopussa summa S , jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n . Olkoot i ja μ ensimmäisen ja i_1^*, \dots, i_n^* ja μ^* toisen kertaluvun perusteet (korkoutuvuus on vakio ensimmäisen kertaluvun perusteessa). Vakuutusmaksuna maksetaan vuosittain etukäteen ekvivalenssiperiaatteen mukainen määrä $P^{(1)}$ koko vakuutuskauden ajan. Olkoon $V(k)$ elossa olevan vakuutetun vastuuelka hetkellä k juuri ennen $(k+1)$. maksuerän $P^{(1)}$ suorittamista, $k = 0, 1, \dots, n-1$ (ensimmäisen kertaluvun peruste). Vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Kirjoita vuoden k satunnaisylijäämä ja tämän toisen kertaluvun perusteilla laskettu odotusarvotason vastine hetkellä $k-1$ elossa olevalle vakuutetulle, $k = 1, \dots, n$. Todista, että viimeksi mainittu on

$$(i_k^* - i) \left(V(k-1) + P^{(1)} \right) - (q_{x+k-1}^* - q_{x+k-1})(S - V(k)).$$

5. (jatkoa) Olkoot $P^{(1)*}$ ja $\ddot{a}_{x:\overline{n}}^*$ toisen kertaluvun perusteilla määrätty ekvivalenssiperiaatteen mukainen vuosimaksu ja n vuoden yksikköeläkkeen pääoma-arvo. Osoita, että odotusarvotasolla kumuloitunut ylijäämä hetkellä n on

$$(1 + i_1^*) \cdots (1 + i_n^*) \left(P^{(1)} - P^{(1)*} \right) \ddot{a}_{x:\overline{n}}^*.$$