Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 8, 12.11.2014

1. Yhdistetyssä vakuutuksessa yhtiö korvaa vakuutetulle määrän S kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n ja saman määrän hetkellä n, jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla. Vakuutusmaksu maksetaan kertasuorituksena hetkellä nolla.

Esitä elossa olevan vakuutetun vastuuvelkaa kuvaava Thielen yhtälö reunaehtoineen.

2. (jatkoa) Johda Thielen yhtälön avulla vakuutuksen nettokertamaksulle P lauseke

$$P = S\ (D_{x+n} + \overline{M}_x - \overline{M}_{x+n})/D_x,$$

missä $\forall y \geq 0$, $D_y = e^{-\int_0^y (\delta+\mu_s)ds}$ ja $\overline{M}_y = \int_y^\infty \mu_s D_s ds$.

3. Kuolemanvaravakuutusessa korvauksena maksetaan kuolinhetkellä T summa S, jos $T \in [0, n]$. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko vakuutuskauden ajan ekvivalenssiperiaatteen mukaisella intensiteetillä $\bar{P}$. Oletetaan, että S ja $\bar{P}$ ovat vakioita. Olkoon kuolevuus μ aidosti kasvava, korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio ja vakuutettu x-ikäinen.

a) Osoita, että $\bar{P} = S\mu(x + t_0)$ eräälle $t_0 \in (0, n)$.

b) Osoita Thielen yhtälön avulla, että elossa olevan vakuutetun vastuuvelka on ei-negatiivinen koko välillä $[0, n]$.

4. Elämänvaravakuutuksessa korvaussumma hetkellä n on S. Hetkellä $t = 0$ maksetaan vakuutusmaksu P_0. Tämän jälkeen vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko vakuutuskauden $[0, n]$ ajan intensiteetin ollessa $\bar{P}(t)$ hetkellä $t \in (0, n)$. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla. Kuolevuus oletetaan aidosti kasvavaksi iän funktioksi. Elossa olevan vakuutetun vastuuvelka mielivaltaisella hetkellä $t \in (0, n)$ on $Se^{\alpha(t-n)}$, missä α on vakio ja $\alpha \geq \mu(x + n) + \delta$. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen vakio P_0 ja funktio $\bar{P}$.

5. Kuolemanvaravakuutuksessa korvauksena maksetaan kuolinhetkellä T summa S, jos $T \in [0, n]$. Vakuutusmaksua maksetaan vakuutetun eläessä jatkuvasti intensiteetillä $\bar{P}(t)$ hetkellä $t, \forall t \in [0, n]$. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen. Olkoon $V(t)$ elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuuvelka hetkellä $t \in [0, n]$. Määrää sellainen ekvivalenssiperiaatteen mukainen maksuintensiteetti $\bar{P}(t), t \in [0, n]$, että $V(t) = C$ (=vakio), $\forall t \in [0, n]$. Määrää myös C.