

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 5, 15.10.2014

1. Olkoon kuolevuus μ jatkuva ja korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvaus kuolinhetkellä on S . Vakuutettu olkoon x -ikäinen ja vakuutuskauden pituus $n \in \mathbb{N}$. Olkoon $t \in (0, n)$ ja $K(t)$ hetkeen t mennessä maksettujen korvausten kokonaismäärä. Määrää $\mathbb{E}(K(t))$.

Esitä $\mathbb{E}(K(t))$ jatkuvana kassavirtana, eli määrää sellainen funktio b , että

$$\mathbb{E}(K(t)) = \int_0^t b(u) du, \quad \forall t \in (0, n).$$

Mikä on koko kassavirran nykyarvo.

2. Olkoon kuolevuus μ jatkuva ja korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio. Vakuutettu on x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Jos vakuutettu kuolee n seuraavan vuoden kuluessa, maksetaan kuolinhetkellä T korvaus $(n - T)S$. Osoita, että vakuutuksen nettokertamaksu on

$$P = S(n\bar{M}_x - \bar{R}_x + \bar{R}_{x+n})/D_x,$$

missä \bar{M}_x ja D_x ovat luentojen mukaisia kommutaatiolukuja ja

$$\bar{R}_y = \int_0^\infty \bar{M}_{y+t} dt$$

(joka oletetaan äärelliseksi, $\forall y > 0$).

3. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ positiivisia vakioita. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja vakuutuskausi n vuotta. Tarkastellaan seuraavaa vakuutusta, jossa vakuutettu maksaa kertamaksun P sopimuksen tekohetkellä. Jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä n , maksetaan korvaus S kuolinhetkellä. Muussa tapauksessa suoritettu vakuutusmaksu P palautetaan hetkellä n . Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen P .

4. Oletetaan, että vallitsevia kuolinsyitä on kaksi ja että näihin liittyvät jäljellä olevat elinajat ovat riippumattomia. Jos j olisi ainut kuolinsyy, olisi vastasyntyneen jäljellä olevan elinajan T_j kertymäfunktio F_j ,

$$F_j(t) = 1 - e^{-\mu_j t}, \quad t \geq 0, \quad j = 1, 2,$$

missä μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita. Määrää x -ikäisenä n vuodeksi otettavan heti alkavan jatkuvan eläkkeen nettokertamaksu, kun maksettavan eläkkeen intensiteetti on vakio \bar{S} ja korkoutuvuus on vakio $\delta > 0$.

5. Olkoon vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Yhtiö alkaa maksaa heti e_1 -suuruista eläkettä vuosittain etukäteen. Iässä $y > x$ eläkkeen suuruus muuttuu e_2 :ksi. Eläkettä maksetaan niin kauan kuin vakuutettu on elossa. Oletetaan, että $x, y \in \mathbb{N}$. Osoita, että vakuutuksen nettokertamaksu on

$$P = e_2 \ddot{a}_x + (e_1 - e_2) \ddot{a}_{x:\overline{y-x}|}.$$