Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 1, 17.9.2014

1. Olkoon vuosikorko i positiivinen ja $i^{(m)}$ m. osavuoden nimelliskorko. Osoita lähtien luentojen kaavasta (2.2), että

$$\lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \log(1+i).$$

2. Olkoon vuosikorko i positiivinen. Osoita, että m. osavuoden nimelliskorko on vähenevä m:n funktio ($m \in \mathbb{N}$).

3. Olkoon vuosikorko $i > 0$, lainan määrä L ja laina-aika n vuotta ($n \in \mathbb{N}$). Laina nostetaan hetkellä 0. Laina sovitaan maksettavaksi takaisin korkoineen ekvivalenssiperiaatteen mukaisella maksuohjelmalla $B(1), B(2), \ldots, B(n)$, missä suoritus $B(j)$ toteutetaan hetkellä j, $j = 1, 2, \ldots, n$.

Oletetaan, että maksuohjelmaan tehdään vuoden m lopussa suorituksen $B(m)$ jälkeen ekvivalenssiperiaatteen mukainen muutos, $m \in \mathbb{N}$, $1 \le m \le n-1$ (korkoa ei muuteta). Oletetaan, että tulevat suoritukset muutoksen jälkeen tapahtuvat hetkinä $m+1, \ldots, n$ ja että vuoden j suoritus on $B'(j)$, $j = m+1, \ldots, n$. Osoita, että kassavirran

$$B(1), \ldots, B(m), B'(m+1), \ldots, B'(n)$$

hetkeen 0 diskontattu arvo on L.

4. Oletetaan, että pankki suostuu myöntämään X:lle hetkellä nolla mielivaltaisen suuren ja pitkäikaisen lainan vuosikorolla $i_1 > 0$ ja soveltaa lainaan yksinkertaisen koron periaatetta. Lisäksi pankki maksaa mielivaltaiselle talletukselle vuosikorkoa $i_2 > 0$, myös yksinkertaisen koron periaatteella. Oletetaan, että $i_2 < i_1$. Talletuksia voidaan tehdä ja purkaa koska tahansa. Osoita, että järjestelmä sisältää arbitraasimahdollisuuden X:n näkökulmasta ts. X voi tehdä tyhjästä rahaa.

5. Vuosittain takakäteisesti maksettavan annuiteettilainan vuosikorko on 3 prosenttia ja laina-aika 30 vuotta. Ensimmäisen suorituksen jälkeen korko nousee 4 prosenttiin. Vuosisuoritukset muutetaan ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti vastaamaan uutta korkoa. Laina säilytytään annuiteettimuotoisena eikä maksuaikaa muuteta. Montako prosenttia vuosisuoritukset nousevat.