

Huom. Tenttijällä saa olla A4-arkin kokoinen tiivistelmä mukanaan tentissä.

1. Määrää seuraavalle homogeeniparille reaalisityksinen perusjärjestelmä \mathbf{R} :ssä:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

2. Anna seuraavan systeemin yleinen ratkaisu:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 3/2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

3. (a, 3 pist.) Palauta 2.kl. differentiaaliyhtälö

$$\ddot{x} = -2\dot{x} + x^2 + x - 2$$

yhtäpitäväksi 1.kl. pariksi.

(b, 3 pist.) Ratkaise tämän parin kriittiset pisteet ja Poincarén teoreeman avulla niiden laatu (stabiili vai epästabiili).

4. Tarkastellaan yhden differentiaaliyhtälön alkuarvotehtävää

$$y' = e^{xy}(y^2 - 2), \quad y(0) = -1.$$

Olkoon $y : I \rightarrow \mathbf{R}$ sen (maksimaali)ratkaisu.

(a, 3 pist.) Osoita että y on rajoitettu funktio.

(b, 3 pist.) Osoita että $I = \mathbf{R}$, ts. että ratkaisu y on olemassa kaikilla $x \in \mathbf{R}$.